

УДК 528.18

## Спосіб визначення точного положення об'єкта з літаючої платформи

**Віват А.Й.**

старший викладач кафедри геодезії і геоінформатики  
Львівського національного аграрного університету

**Рій І.Ф.**

кандидат економічних наук,  
старший викладач кафедри геодезії і геоінформатики  
Львівського національного аграрного університету

**Бочко О.І.**

кандидат економічних наук, доцент,  
доцент кафедри геодезії і геоінформатики  
Львівського національного аграрного університету

У статті наведено теоретичні розрахунки перетворених формул космічної геодезії для отримання координат недоступної точки за трьома вихідними пунктами та вимірними віддальми. Проведено апробацію методу на еталонному базисі другого розряду, розраховано оптимальні довжини базового вектора для досягнення найвищої точності отримання координат недоступної точки. Запрограмовано ітераційний процес визначення координат у програмному забезпеченні MS Excel. Перспективою подальших досліджень буде аналіз наявних безпілотних засобів та лазерних віддалемірів для створення прототипного зразка вимірювальної техніки для точного визначення положення недоступної точки.

**Ключові слова:** GNSS, RTK, TPS, електронний тахеометр, визначення координат, просторова обернена засічка, безпілотна літаюча платформа.

Vivat A.I., Rii I.F., Bochko O.I. СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ ТОЧНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТА С ЛЕТАЮЩЕЙ ПЛАТФОРМЫ

В статье приведены теоретические расчеты преобразованных формул космической геодезии для получения координат недоступной точки по трем исходными пунктами и измеренным расстояниями. Проведена апробация метода на эталонном базисе второго разряда, рассчитаны оптимальные длины базового вектора для достижения высокой точности получения координат недоступной точки. Запрограммирован итерационный процесс определения координат в программном обеспечении MS Excel. Перспективой дальнейших исследований будет анализ существующих беспилотных средств и лазерных дальномеров для создания прототипного образца измерительной техники для точного определения положения недоступной точки.

**Ключевые слова:** GNSS, RTK, TPS, электронный тахеометр, определение координат, пространственная обратная засечка, беспилотная летающая платформа.

Vivat A.Y., Rii I.F., Bochko O.I. METHOD OF DETERMINING THE EXACT POSITION OF THE OBJECT FROM FLYING PLATFORM

The article presents the theoretical calculations, the converted space geodesy formulas for the coordinates of inaccessible points of the three starting points and the measured distance. A testing method on the basis of the second reference level, calculated optimal length of basic vector to achieve the highest accuracy of the inaccessible points coordinates. Programmed iterative process of determining the coordinates in the software MS Excel. The prospect of further research will analyze existing unmanned vehicles and laser rangefinder to create a prototypical sample measurement technology to accurately determine the position of inaccessible points.

**Keywords:** GNSS, RTK, TPS, electronic total station, the definition of the coordinate by space inverse serif, unmanned flying platform.

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Визначення положення точки у просторі є одним з основних завдань геодезії та навігації. Вже друге десятиліття найпоширенішим методом визначення просторових координат (X, Y, Z) точок простору є методи GNSS (Global Navigation Satellite Systems).

У цих методах вихідними геодезичними пунктами є штучні супутники Землі (ШСЗ). Установивши GNSS-приймач у довільну точку простору за лічені хвилини (технологія Postprocessing, чи секунди часу), технологією RTK визначаються просторові координати точок із точністю 1 см.

Іноді встановити приймач у точку, координати якої необхідно визначити, із різних причин досить проблематично. Це зумовлено різними перепонами, завадами, забороною входу тощо. Саме заборона доступу до точок місцевості зумовила створення координатного методу визначення точного положення об'єкта з літаючої платформи.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

У роботі [2, с. 46] досліджено, що на 2003 р. точність визначення просторового положення точки GNSS-методом у статичному режимі становить 10 мм. Робота [3, с. 38] підтверджує результати попередньої. У ній автори стверджують, що на віддалі до 2 км можна отримати точність визначення відносного положення точки з точністю 5 мм. У [4, с. 141–143] встановлено, що кінематичний метод супутникової геодезії забезпечує точність 40 см. У [5, с. 21–25] досліджено новітній GNSS RTK-метод визначення координат точок місцевості. Встановлено, що за лічені секунди часу можна визначити просторові координати невідомої точки з точністю 10 мм. Але, на жаль, усі ці методи працюють тільки за умови встановлення приймача на точку, координати якої необхідно визначити.

**Формулювання цілей статті (постановка завдання).** Мета статті – опрацювати спосіб визначення координат недоступних точок місцевості, забезпечити максимальну оперативність, простоту обчислень та реалізації, оцінити точність, з якою визначено координати.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Пропонується метод, що базується на принципі супутникової геодезії, де використано літаючу платформу (ЛП) та лазерний віддалемір. Координати літаючої платформи визначаються супутниковим методом, з якого вимірюються віддалі до недоступної точки (НТ).

У даному підході для визначення положення нерухомої НТ необхідно знати координати однієї літаючої платформи у три моменти часу та віддалі до НТ у ці ж моменти часу. Маючи три літаючі платформи, за даною методикою можна оперативно визначити координати рухомої НТ. Основний принцип такий, що ЛП не потрібно відправляти на заборонену територію, а тільки піднімати на певну висоту на своїй (рис. 1).

Рівняння зв'язку координат супутників, виміряної віддалі та координат визначуваної точки записується так [1, с. 270]:

$$R^j(t) = \sqrt{(X^j(t) - X_i)^2 + (Y^j(t) - Y_i)^2 + (Z^j(t) - Z_i)^2},$$

де  $R^j(t)$  – виміряна віддаль в момент часу;  
 $X^j(t), Y^j(t), Z^j(t)$  – координати платформи в момент часу  $t$ ;

$X_i, Y_i, Z_i$  – координати невідомої точки в момент часу  $t$ .

Замінімо невідомі величини  $X_p, Y_p, Z_i$  виразами

$$X_i = X_{i0} + \Delta X_i,$$

$$Y_i = Y_{i0} + \Delta Y_i, \quad (2)$$

$$Z_i = Z_{i0} + \Delta Z_i.$$

Запишемо функцією:

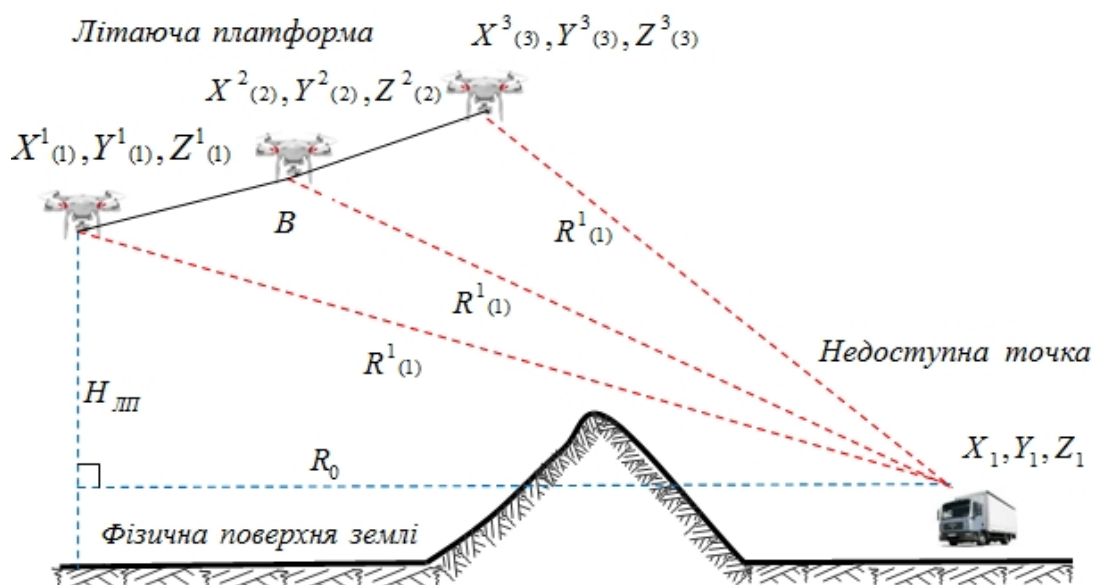


Рис. 1. Схема геодезичного методу визначення координат недоступної точки з літаючої платформи

$$f \begin{pmatrix} X_{i0} + \Delta X_i \\ Y_{i0} + \Delta Y_i \\ Z_{i0} + \Delta Z_i \end{pmatrix} \quad (3)$$

і розкладемо її у степеневий ряд Тейлора відносно точки з нульовими координатами:

$$\begin{aligned} f(X_i, Y_i, Z_i) &= f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0}) + \\ &+ \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial X_{i0}} \Delta X_i + \\ &+ \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Y_{i0}} \Delta Y_i + \\ &+ \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Z_{i0}} \Delta Z_i \end{aligned} \quad (4)$$

Частинні похідні запишемо виразами:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial X_{i0}} &= -\frac{X_{i0}^j - X_{i0}}{R_{i0}^j(t)}, \\ \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Y_{i0}} &= -\frac{Y_{i0}^j - Y_{i0}}{R_{i0}^j(t)}, \\ \frac{\partial f(X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})}{\partial Z_{i0}} &= -\frac{Z_{i0}^j - Z_{i0}}{R_{i0}^j(t)} \end{aligned} \quad (5)$$

Ці похідні є компонентами одиничного вектора, направлено від ЛП до НТ, координати якого приймаються  $X, Y, Z=0$ . Підставивши рівняння (1) та (2) у (3), отримаємо:

$$\begin{aligned} R_i^j &= R_{i0}^j - \frac{X_{i0}^j(t) - X_{i0}}{R_{i0}^j(t)} \Delta X_i - \\ &- \frac{Y_{i0}^j(t) - Y_{i0}}{R_{i0}^j(t)} \Delta Y_i - \frac{Z_{i0}^j(t) - Z_{i0}}{R_{i0}^j(t)} \Delta Z_i \end{aligned} \quad (6)$$

Це рівняння тепер лінійне відносно невідомих  $\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i$ . Залишаючи в правій частині члени, які містять невідомі, переписемо це рівняння у вигляді:

$$\begin{aligned} l^j &= R_i^j(t) - R_{i0}^j(t), \\ a_{X_i}^j &= -\frac{X_{i0}^j(t) - X_{i0}}{R_{i0}^j(t)}, \\ a_{Y_i}^j &= -\frac{Y_{i0}^j(t) - Y_{i0}}{R_{i0}^j(t)}, \\ a_{Z_i}^j &= -\frac{Z_{i0}^j(t) - Z_{i0}}{R_{i0}^j(t)} \end{aligned} \quad (7)$$

Пронумеруємо три моменти часу ЛП числами від 1 до 3 і запишемо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} l^1 &= a_{X_i}^1 \Delta X_i + a_{Y_i}^1 \Delta Y_i + a_{Z_i}^1 \Delta Z_i, \\ l^2 &= a_{X_i}^2 \Delta X_i + a_{Y_i}^2 \Delta Y_i + a_{Z_i}^2 \Delta Z_i, \\ l^3 &= a_{X_i}^3 \Delta X_i + a_{Y_i}^3 \Delta Y_i + a_{Z_i}^3 \Delta Z_i \end{aligned} \quad (8)$$

Введемо позначення

$$A = \begin{bmatrix} a_{X_i}^1 & a_{Y_i}^1 & a_{Z_i}^1 \\ a_{X_i}^2 & a_{Y_i}^2 & a_{Z_i}^2 \\ a_{X_i}^3 & a_{Y_i}^3 & a_{Z_i}^3 \end{bmatrix}, \quad X^T = \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$l = \begin{bmatrix} R_i^1(t) \\ R_i^2(t) \\ R_i^3(t) \end{bmatrix}.$$

Запишемо систему лінійних рівнянь у матрично-векторній формі:

$$l = Ax. \quad (10)$$

Із системи лінійних рівнянь (10) обчислимо різниці координат  $\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i$ , а координати НТ обчислимо з формули (2).

На точність визначення положення точки впливають відстань від базового вектора та кут, утворений кінцями вектора та НТ [6, с. 10–16; 7, с. 34–37]. Отже, можна розрахувати оптимальне співвідношення (віддаль-кут), за якого точність визначення положення НТ буде найвищою (рис. 2).

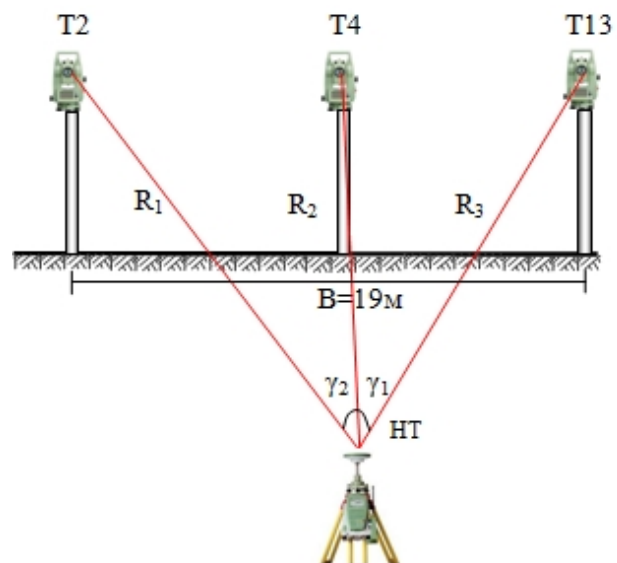


Рис. 2. Схема апробації методу визначення положення об'єкта з літаючої платформи

Для розрахунку оптимальної довжини базового вектора  $B$  (рис. 2) залежно від віддалі до НТ використаємо модифіковану формулу (11) [7, с. 34]:

$$R = \sqrt{\frac{B \cdot m_R}{m_\gamma \sqrt{2}}} \rho^n. \quad (11)$$

де  $m_R$  – середня квадратична похибка вимірювання віддалі від ЛП до НТ;

$m_y$  – середня квадратична похибка вимірювання кута між кінцями базового вектора;

$B$  – довжина базового вектора.

Виразимо величину  $B$  із (11) і прийнемо  $m_R = 0,1$  м та  $m_y = 10$ »:

$$B = \frac{\sqrt{2} \cdot R^2 \cdot 10}{0,1 \cdot 206265}. \quad (12)$$

Визначивши величину  $R_0$ , наприклад із карти, та знаючи висоту ЛП – НЛП розраховуємо приблизну віддаль від ЛП до НТ –  $R$ . Підставивши  $R$  у формулу (11), розраховуємо оптимальну величину базового вектора  $B$ . Отже, для  $R = 1000$  м, згідно з формулою (11),  $B = 678$  м.

Апробація координатного методу визначення положення об'єкта з літаючої платформи виконали на еталонному базисі II розряду з використанням електронного тахеометра Leica TCR405 Ultra із  $m_R = 2$  мм,  $m_y = 2''$  (рис. 2). Нами визначено просторові координати трьох точок базису Т2, Т4 та Т13 статичним методом супутникової геодезії з точністю  $M = 0,010$  м. За базовий вектор прийнято відрізок Т2 – Т13 довжиною 19 м. За формулою (10) розраховано оптимальну відстань до НТ. Вона рівна 52 м.

На віддалі 52 м від базового вектора встановлено тимчасову станцію, просторові координати якої теж визначено з точністю  $M = 0,010$  м. Ці координати будуть використані для незалежної оцінки точності визначення координат НТ.

У порядку черги встановлювали електронний тахеометр на точки Т2, Т4 та Т13 і вимі-

ряли віддаль до НТ. Координати вихідних точок Т2, Т4, Т13 та виміряні віддалі  $R_1, R_2, R_3$  ввели у написану нами програму. За п'ятою ітерацією сходимість координат була нульовою. Просторові координати  $X, Y, Z$  НТ визначено.

Для оцінки точності визначення положення НТ використаємо формулу [8 с. 191]:

$$m_{HT} = m_{ВД} + \frac{m_R \sqrt{2}}{\sqrt{\sin^2 \gamma_1 + \sin^2 \gamma_2}}, \quad (13)$$

де  $m_{ВД}$  – похибка вихідних даних.

$$m_{ВД} = M \sqrt{3},$$

$$m_{ВД} = 0,017 \text{ м},$$

$$m_{HT} = 0,017 \text{ м} + 0,012 \text{ м} = 0,029 \text{ м}.$$

Порівняння координат НТ, отриманих за методикою, наведеною вище, та визначених статичним GNSS методом супутникової геодезії, не перевищило 0,020 м.

**Висновки з цього дослідження.** У роботі запропоновано модифіковані формули космічної геодезії для визначення просторових координат наземної недоступної точки. Запропоновано формули для розрахунку оптимальної довжини базового вектора для досягнення найвищої точності у визначенні положення недоступної точки. Показано, що на відстані до 1 км можна визначити координати недоступної точки з точністю 0,029 м.

Для перевірки методики поставлено експеримент на еталонному базисі II розряду. Використавши електронний тахеометр як лазерний віддалемір, ми отримали підтвердження результатів. Точність у визначенні положення недоступної точки становить 0,020 м.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Гофма-Велленгоф Б. Глобальна система визначення місцеположення (GPS). Теорія і практика : [підручник] / Б. Гофма-Велленгоф, Г. Ліхтенеггер, Д. Коллінз. – Відень ; Нью-Йорк 1994. – 377 с.
2. Савчук С.Г. Обробка GPS-спостережень наукового геодезичного полігону / С. Савчук, І. Тревого, А. Віват // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2003. – С. 39–47.
3. Тревого І. Створення метрологічного полігону для атестації GPS-приймачів. / І. Тревого, С. Савчук, А. Віват, О. Віват // Вісник геодезії та картографії. – 2006. – № 3. – С. 35–39.
4. Віват А. Дослідження точності GPS кінематичного методу знімання / А. Віват, О. Віват, В. Зелінський // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2004. – С. 141–143.
5. Віват А. Дослідження точності визначення координат GNSS методом в режимі RTK / А. Віват, В. Літинський, В. Колгунов, І. Покотило // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2011. – Вип. 74. – С. 21–25.
6. Літинський В. Розрахунок оптимальних значень вимірюваних віддалей для точного визначення довжин невеликих відрізків / В. Літинський, М. Фис, І. Покотило, С. Літинський // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2014. – Вип. 76. – С. 10–16.
7. Літинський В. Методика визначення інтервалів нівелірних рейок електронним тахеометром / В. Літинський [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2014. – С. 34–37.
8. Геодезичний енциклопедичний словник / За редакцією В. Літинського. – Львів : Євросвіт, 2001. – 668 с.