

УДК 336.72

Модель оптимізації поставок продукції для підприємств-постачальників

Юрченко М.Є.

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
Чернігівського національного технологічного університету

Марченко Н.А.

кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри фінансів підприємств і установ
Чернігівського національного технологічного університету

В складних економічних умовах підприємству-постачальнику важливо найкраще організувати роботу по обсягах поставок і розрахунків по них із партнерами-споживачами. У статті представлено математичну модель формування оптимальної для постачальника структури поставок з урахуванням наявних випадкових факторів та ризику операцій із використанням моделей і методів фінансової математики.

Ключові слова: математична модель доходності, портфельні інвестиції, математичне очікування ефективності поставок.

Юрченко М.Е., Марченко Н.А. МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПОСТАВОК ПРОДУКЦИИ ДЛЯ ПРЕДПРИЯТИЙ-ПОСТАВЩИКОВ

В сложных экономических условиях предприятию-поставщику важно наилучшим образом организовать работу по объемам поставок и расчетов по ним с партнерами-потребителями. В статье представлена математическая модель формирования оптимальной для поставщика структуры поставок с учетом имеющихся случайных факторов и риска операций с использованием моделей и методов финансовой математики.

Ключевые слова: математическая модель доходности, портфельные инвестиции, математическое ожидание эффективности поставок.

Iurchenko M.E., Marchenko N.A. OPTIMIZATION MODEL OF PRODUCT SUPPLIES FOR SUPPLYING COMPANIES

In difficult economic conditions, it is essential for suppliers to provide the best organization of supplies and settlements with partners. A mathematical model of optimal supply structure for a supplier is provided, where existing random factors and risk of operations are taken into account and models and methods of financial mathematics are used.

Keywords: mathematical model of profitability, portfolio investment, the supply efficiency expectation.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Організація збуту готової продукції на виробничому і торгово-закупівельному підприємстві передбачає роботу з низкою підприємств-споживачів, які мають різноманітні характеристики, що визначають для постачальника ступінь ефективності їх використання в якості своїх контрагентів. Отже, за великої кількості контрагентів правильний розподіл обсягів продукції, що поставляється ними, значно підвищує ефективність діяльності підприємства.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У сучасній фінансовій математиці детермінований аналіз доходності визначається сукупною дією безлічі випадкових факторів. При цьому, як зазначено авторами в роботах [1], [2], [3], доходність будь-якої фінансової операції і одержуваний при цьому дохід, від-

повідно до центральної граничної теореми теорії ймовірностей, прийнято здебільшого вважати випадковими величинами, що мають нормальний закон розподілу [4]. Як показує практика, найчастіше ці величини мають невизначений закон розподілу, але початкова оцінка їх найчастіше відома. Для опису ризиків, пов'язаних з інвестуванням у фінансовий інструментарій, низкою авторів використовується одна скалярна величина – дисперсія $D(k)$, або середньоквадратичне відхилення $\sigma(k)$ [3], [5].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Використання в якості числових оцінок для аналізу доходності підприємства всіх трьох скалярних характеристик: $M(k)$ математичного сподівання, дисперсії $D(k)$, та середнього квадратичного відхилення $\sigma(k)$ за певної системи обмежень

дає змогу побудувати точну математичну модель, що враховує найменші коливання випадкових факторів.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Із математичної та економічної точок зору мета статті полягає в побудові такої системи поставок, яка враховувала б коливання доходності окремих операцій по поставках продукції. Зазначені коливання можуть виникнути, зокрема, у зв'язку з нерегулярністю оплати поставленої продукції і носять випадковий характер. Таким чином, економіко-математична модель задачі, що розглядається, повинна враховувати випадкові збурення та мінімізувати ризик утрат, обумовлених випадковими факторами.

Виклад основного матеріалу дослідження. Представлена нами модель дає змогу розрахувати оптимально вигідну для фірми-постачальника структуру поставок, яка б забезпечувала найбільшу доходність і коефіцієнт оборотності оборотного капіталу з урахуванням ризику операцій. Модель апробовано на даних декількох торгово-посередницьких фірм. Результати за однією з них, яка займається поставками парфумерно-косметичної препаратів мережі дрібнооптових покупців, наведені в даній статті.

Модель оцінки доходності поставок

Спрощену формулу визначення доходності одиначної операції з поставки партії товару конкретному підприємству-споживачу можна представити таким чином:

$$k = \frac{S_T - S_0}{S_0} \frac{365}{T} 100\%, \quad (1)$$

де k – доходність операції, % річних;

S_T – ціна для споживача;

S_0 – собівартість товару;

T – період у днях із моменту поставки до моменту оплати.

Практично завжди величина k змінюється залежно від виду та часу поставок, і ці коливання носять випадковий характер і можуть математично бути представленими у вигляді випадкової величини. Зокрема, відмітимо, що коли фірма реалізує товар із фіксованою націнкою, то доходність від реалізації партії товару в процентах за місяць визначається у вигляді:

$$k = \frac{k_0}{T} * 30, \quad (2)$$

де k_0 – фіксована націнка в %.

Постановка задачі. Будемо припускати, що випадкові фактори (інфляція, коливання курсу валют, перебої поставок продукції з-за кордону) присутні в періоді часу

T від моменту поставки до моменту оплати товару. Для оцінки випадкової величини, що розглядається, із невідомим законом розподілу використовуємо її вибірккові характеристики: математичне очікування, дисперсію (або середньоквадратичне відхилення). Відмітимо, що математичне очікування характеризує середнє очікуване значення величини, що розглядається, а дисперсія – міру відхилення реальних значень випадкової величини від її середнього значення. У фінансовій математиці [1], зокрема в теорії портфельних інвестицій, дисперсія $D(k)$, або середньоквадратичне відхилення $\sigma(k)$ описує ризики, пов'язані з інвестиціями у фінансовий інструмент із випадковою доходністю k .

Дотримуючись указанного підходу, будемо характеризувати підприємства-споживачів двома скалярними характеристиками – математичним сподіванням $M(k)$ доходності операцій з ним і пов'язаним з даним підприємством ризиком $\sigma(k)$.

При цьому величина $\sigma(k)$ відображає тільки статистичний ризик відхилення доходності від свого середнього значення, але й може розглядатися як міра надійності партнера. Визначення конкретних значень для оцінок величин $M(k)$ і $\sigma(k)$ виконується за стандартними формулами на підставі наявної статистичної інформації роботи підприємства. Якщо угоди зі споживачем виконуються регулярно, необхідний набір значень параметрів S_0 , S_T , T за використання (1) або k ; T за використання (2) може бути отриманим з відповідних бухгалтерських документів та фінансових звітностей.

Ефективність портфеля поставок

Припускаємо, що для кожного підприємства-постачальника виконані описані розрахунки і є в наявності сімейство вибірок випадкових доходностей k_j , оцінки математичних очікувань $M(k_j)$ і середньоквадратичних відхилень $\sigma(k_j)$, де j – номер підприємства-споживача ($j = \overline{1, \dots, N}$); де N – загальна кількість споживачів).

Для того щоб визначити очікуване значення доходності підприємства-постачальника, необхідно визначити частки u_j усього капіталу, сконцентрованого у відвантаженій продукції, яка припадає на одного споживача.

Складність поставленої задачі полягає в тому, що відвантажуючи визначену кількість товару споживачу, постачальник не може у довільний момент часу повернути нарощений капітал відповідно до вирахованої доходності, з огляду на те, що проміжки часу від відвантаження до оплати різні і є пересічними множи-

нами. Під час вирішення поставленої задачі можливо або усереднити частки, вираховані на достатньо великий проміжок, або скоректувати правила для розрахунку доходностей від співпраці з одним контрагентом. Перший із цих варіантів доцільний під час довгострокового планування організації роботи з підприємствами-споживачами і дає змогу визначати раціональні частки продукції, що поставляються споживачам протягом тривалих проміжків часу. Другий варіант застосовується для короткострокового планування структури поставок. Однак його реалізація потребує додаткового врахування особливостей взаємодії з конкретним споживачем і уточнення розрахункових формул.

Припускаємо, що частки капіталу у вигляді відвантаженого товару, які припадають на кожного контрагента, можуть бути розраховані. Відповідно, поставлена задача полягає в побудові оптимальної структури поставок. Очікуване значення доходності операцій від роботи з усіма контрагентами за фіксованих часток y_j розраховується таким чином:

$$k = \sum_{i=1}^N k_i y_i \quad (3)$$

$$M(k) = \sum_{i=1}^N M(k_i) y_i$$

Для розрахунку сукупного статистичного ризику $\sigma(k)$, скласти матрицю коваріацій $V = \{\sigma_{jm}\}$, де $\sigma_{jm} = \text{cov}(k_j, k_m)$ – коефіцієнти коваріації, розраховані за вихідними вибірками заданих доходностей.

Відомо, що

$$\sigma(k) = \left(\sum_{i,j=1}^N y_i \sigma_{ij} y_j \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

і розглянута за стандартної постановки задача полягає у пошуку варіантів вибору часток, які б забезпечували максимально можливий рівень очікуваної доходності за мінімально можливого ризику.

Якщо на частку y_j нема ніяких інших обмежень, крім умови

$$\sum_{i=1}^N y_i = 1 \quad (5)$$

тоді задача має відоме рішення [2], яке визначає множину ефективних портфелів.

Однак з урахуванням специфіки сфери застосування наведене рішення не може бути практично застосоване, зважаючи на наявність випадкових факторів, обумовлених необхідністю врахування численних обмежень із реконструкції обсягів товарів, що поставляються, обмеженістю самих обсягів поставок споживачам і т. п.

Таким чином, під час постановки і вирішення задачі необхідно враховувати не тільки систему обмежень (5), а й визначити відповідну реальній ситуації систему обмежень і знаходити рішення оптимальної задачі з двома критеріальними функціями (3), (4). Відповідно, постановку задачі можна представити у вигляді:

$$M(k) = \sum_{i=1}^N M(k_i) y_i \quad (6)$$

за таких обмежень:

$$\sigma(k) = \left(\sum_{i,j=1}^N y_i \sigma_{ij} y_j \right)^{\frac{1}{2}} = \sigma^*, y \in Y \quad (7)$$

де $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, множина Y визначається системою нерівностей $y_i \geq 0$, співвідношенням (5) і додатковими умовами, які формалізують специфіку конкретної ситуації. Символом σ^* позначений бажаний рівень статистичного ризику.

Результати апробації

Запропонована модель була апробована на даних декількох торгово-закупівельних фірм, для яких діяльність зі збуту продукції і робота з підприємствами-споживачами є основною. Результати застосування запропонованої методики представлені для фірми, яка займається поставками парфумерно-косметичної продукції мережі дрібнооптових покупців, що складається із шести магазинів Києва і Київської області.

Для фірми, що розглядається, у загальному випадку під час перепродажу товару для кожного найменування використовується індивідуальна торговельна націнка, а довільна поставка складається з декількох видів товарів, поєднаних у визначених пропорціях. Виявилось можливим вважати, що для довільної поставки середня націнка однакова для всіх поставок і для всіх підприємств-споживачів. Середня торговельна націнка k_0 для всіх видів товарів і всіх поставок була прийнята на рівні 25%. Виходячи з використовуваної націнки, ефективність окремої поставки оцінюється доходністю, яка розраховується за формулою (2) за $T = \Delta t_{ij}$

$$k_{ij} = \frac{k_0}{\Delta t_{ij}} * 30, \quad j = 1, \dots, N \quad (8)$$

де k_{ij} – доходність роботи зі j -тим магазином при i -тій поставці (%);

$k_0 = 25$ – націнка, яка використовується підприємством (%);

Δt_{ij} – період між датою i -тої поставки та датою її оплати для j -того магазину (дні).

Величини Δt_{ij} розраховувались виходячи з даних про виставлені і оплачені рахунки. У підсумку для кожного магазину був отриманий ряд доходностей k_{ij} , які характеризують

вали ефект від i -тої поставки товару в j -тий магазин. У ході проведеного дослідження з'ясувалося, що контрагенти можуть бути поділені на дві групи:

– організації, які оплачують відвантажені товари з наступної поставки або в день наступної поставки;

– організації, які оплачують відвантажену продукцію після наступної поставки.

Для перших контрагентів періоди Δt_{ij} не перевищували сім днів і доходності $k_{ij} = \frac{25}{7} 30$ були не меншими 107%. Частка таких контрагентів у загальній кількості становила 22%, а періоди часу Δt_{ij} не перекривались між собою. Для другого виду контрагентів періоди між відвантаженням і оплатою Δt_{ij} становили в середньому більше семи днів, а частка представників даної групи була за досліджуваній період найбільшою – 78%. Для організацій другого типу періоди Δt_{ij} , як правило, перекривалися, що робило прямий розрахунок очікуваних доходностей за місячний період не зовсім коректним. На ділянках перекриття доходність доцільно визначати за середнім значенням доходностей поставок k_{ij} , відповідних до періодів Δt_{ij} , що накладаються, з урахуванням обсягів цих поставок, тому в кожному змішаному періоді товар, який знаходиться у контрагента, сам розглядався як інвестиційний портфель, що складається із вкладень із доходностями k_{ij} , які присутні у ньому в частках, відповідних до обсягів поставок.

Важливу роль в аналізі портфеля поставок, який ми трактуємо як інвестиційний портфель, і у визначенні поточного стану підприємства грає сума капіталу, що знаходиться у конкретного контрагента в обраний період часу. Розрахувати капітал, вкладений у магазин в k -тому змішаному періоді можна за формулою:

$$M'_{kj} = \sum_h M_{hj}, \quad j = \overline{1, \dots, N}, \quad (9)$$

де M'_{kj} – сума капіталу, вкладеного до j -того магазину в k -тому змішаному періоді;

M_{hj} – обсяг h -ої поставки у закупівельних цінах у k -тому змішаному періоді для j -того магазину.

Сума (9) по всіх h дає загальний обсяг поставок, які увійшли в указаний змішаний період для j -того магазину. Для підприємств – споживачів першого типу періоди між відвантаженням товарів та їх оплатою Δt_{ij} не перекриваються, тому виконується співвідношення: $M'_{kj} = M_{kj}$.

Для визначення частки магазинів в інвестиційному портфелі для кожного магазину

знаходилося математичне очікування M'_j сум капіталу, вкладеного в цю організацію в кожному періоді. Далі поточна частка y_j j -того магазину в штучному інвестиційному портфелі розраховується за формулою:

$$y_j = \frac{M'_j}{M'} * 100 \quad j = \overline{1, \dots, N}, \quad (10)$$

де $M' = \sum_{k=1}^N M'_k$ – сумарна кількість капіталу.

Відповідно до вищевказаного підходу, виміром ризику в проведеному аналізі було середньоквадратичне відхилення доходності від очікуваного значення. Чим більше таке значення, тим більша ймовірність значного відхилення від очікуваного.

Активи з малим ризиком і малою доходністю приносять приріст капіталу, але в задачі, що розглядалась, такі активи приносять збитки і портфелі з доходністю нижчою за 30% до розгляду не включались.

За доходності $\mu \geq \mu_0 = 30\%$ пропонується оцінити ймовірність події $K_{портф} < \mu_0$. Ці ймовірності можна оцінити за вихідними розрахунковими доходностями k_{ij} і в разі достатньо великих значень такі портфелі також виключались із розгляду. Також відмітимо, що для портфелів, складених із магазинів першої групи, вказані ймовірності дорівнюють 0, оскільки доходність таких магазинів не опускається нижче за 107%, тобто $\forall i k_{ij} > \mu_0$.

Враховані максимальні і мінімальні розміри часток у портфелі кожного споживача виникають через те, що у кожного магазину існує граничний розмір поставки, більше якого магазин уже не має можливості реалізувати продукцію в термін. Розмір максимально можливої частки магазину в штучному портфелі розраховується виходячи з максимального розміру капіталу, що знаходиться в магазині в аналізованому періоді. Під час розрахунків з урахуванням середньої доходності k'_j і ризику σ_j споживачі були розподілені на кілька груп. Після обробки даних (MatLab) поточний стан підприємства охарактеризувався доходністю $k'_{портф}$, яка дорівнює 32,098% і ризиком $\sigma'_{портф}$, рівним 10,726%. Положення точки А на рис. 1 показує можливість збільшення доходності портфеля за збереження ризику на поточному рівні і можливості зменшення ризику за незмінної доходності. У разі максимізації доходності при обліку обмежень доходності оптимального портфеля $r'_{портф}$ виявилася рівною 45,894% (точка С). Суцільна лінія на рис. 1 відображає безліч усіх допустимих ефективних портфелів.

Під час вирішення поставленої оптимізаційної задачі отримано, що середній період

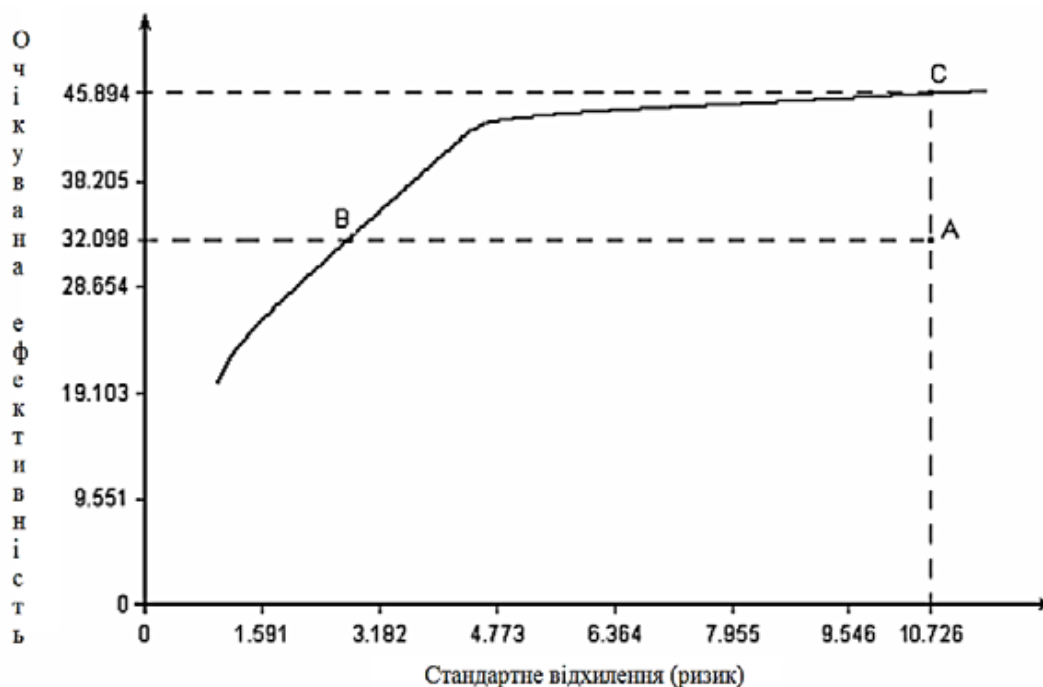


Рис. 1. Графік очікуваної доходності поставок з врахуванням ризику

між відвантаженням та оплатою для всього підприємства до оптимізації становить $\Delta t^T = 23,37$ днів, а після оптимізації $\Delta t^{opt} = 16,34$ днів. Таким чином, у результаті оптимізації в цілому по даному торговельному підприємству середній період між відвантаженням товарів та їх оплатою скоротився на 30%.

Висновки з цього дослідження. Для оцінки випадкових факторів, що впливають на доходність підприємства, побудована оптимізаційна модель. При цьому для оцінки випад-

кової величини з невідомим законом розподілу використані вибіркові числові характеристики. Виходячи з умов обмеження, отримані оцінки, за яких $\sigma(k)$ може розглядатися як міра надійності партнера. На прикладі конкретних підприємств у середовищі (MatLab) отримано рішення поставленого завдання з урахуванням наявної статистичної інформації роботи підприємства (параметрів $M(k)$, $D(k)$). Проаналізовано умови, за яких доходність підприємства буде максимальною і мінімальною.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Басовский Л.Е. Финансовый менеджмент: [учебник] / Л.Е. Басовский. – М.: ИНФРА-М, 2005. – 240 с.
2. Бочаров В.В. Инвестиции / В.В. Бочаров. – СПб.: Питер, 2003. – 169 с.
3. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов / Р. Брейли, С. Майерс. – М.: Олимп-бизнес, 1999.
4. Lamberton D. Introduction to stochastic Calculus Applied to Finance, Chapman and Hall, London, 1996.
4. Markowitz H. Mean – Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets, Basil Blackwell, Oxford, 1987.
5. Capinski Marek, Zastawniak Tomaz. Mathematics for Finance: Springer, 2010. – 310 p.