

DOI: <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2018-18-149>

УДК 519.8

Втрати агрегованої ефективності при досягненні міжрегіональної рівності

Горбачук В.М.

доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник відділу
математичних методів дослідження операцій
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

Колесник Ю.С.

кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник відділу
математичних методів дослідження операцій
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

Дунаєвський М.С.

магістр, аспірант
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

У відомих регіональних виробничих функціях можна побудувати площі трансформації між агрегованою ефективністю й міжрегіональною рівністю. Чим більша міжрегіональна нерівність доходів на душу населення у точці ефективності, тим більші втрати ефективності у досягненні міжрегіональної рівності. Методологія оптимізації виробничих функцій дозволяє розробляти шляхи вирішення проблеми ефективності й рівності.

Ключові слова: розподіл доходів і факторів, виробничі функції Вальраса-Леонтьєва і Кобба-Дугласа, рівність, ефективність, координація.

Горбачук В.М., Колесник Ю.С., Дунаевский М.С. ПОТЕРИ АГРЕГИРОВАННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИ ДОСТИЖЕНИИ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОГО РАВЕНСТВА

В известных региональных производственных функциях можно построить площади трансформации между агрегированной эффективностью и межрегиональным равенством. Чем больше межрегиональное неравенство доходов на душу населения в точке эффективности, тем большие потери эффективности при достижении межрегионального равенства. Методология оптимизации производственных функций позволяет разрабатывать пути решения проблемы эффективности и равенства.

Ключевые слова: распределение доходов и факторов, производственные функции Вальраса-Леонтьева и Кобба-Дугласа, равенство, эффективность, координация.

Gorbachuk V.M., Kolesnik Y.S., Dunaievskiy M.S. LOSSES OF AGGREGATE EFFICIENCY UNDER ACHIEVING INTERREGIONAL EQUITY

The transformation surfaces between aggregate efficiency and interregional equity can be constructed for known regional production functions. The more interregional inequity of income per capita at the efficiency point, the more efficiency losses under achieving interregional equity. The methodology of production function optimization allows developing the ways to solve a problem of efficiency and equity.

Keywords: income and factor distribution, Walras–Leontief and Cobb–Douglas production functions, equity, efficiency, coordination.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Оскільки перерозподіл через трансфертні платежі є прийнятним у реальному світі лише до певної міри (відповідне законодавство передбачає обмеження на трансфертні платежі, а відповідні засоби політики здебільшого стосуються перерозподілу громадського чи приватного капіталу), то ціль міжрегіональної рівності може суперечити цілі

максимізації агрегованого випуску – цілі ефективності [1–3]. Тому регіональні стратегії слід формулювати і втілювати у світлі мережових взаємозв'язків між агрегованою ефективністю та міжрегіональною рівністю [4; 5]. Чисельний аналіз таких взаємозв'язків з урахуванням даних економічної системи є досить складною науково-практичною проблемою управління для осіб, які розробляють рішення [6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Один з авторів 22 червня 2018 р. відвідав лекцію «Площа і вежа: ієрархія, інновації і революція» наукового співробітника Гуверівського інституту Стенфордського університету і Центру європейських досліджень Гарвардського університету Ніла Фергюсона (Niall Ferguson), присвячену стрімкому розвитку і суспільному впливу сучасних високотехнологічних мереж. Такі мережі породжують нову фінансову технологію – фінтех. Інший автор провів аналіз відомих публікацій Фергюсона з фінансів. За книгою Фергюсона [7] були зняті телевізійні документальні фільми для каналів Channel 4 (Великобританія) і PBS (США). Ці фільми у 2009 р. виграли Міжнародну премію Еммі (International Emmy Award).

Важливо зазначити, що міжрегіональні взаємозалежність і координація відповідають сучасній теорії ендогенного економічного зростання, за яку Пол Ромер (Paul Romer) 8 жовтня 2018 р. удостоєний Нобелівської премії.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Не вирішена раніше частина загальної проблеми – це перевірка загальних теоретичних підходів перерозподілу на реальних прикладах.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Ціль статті полягає в обґрунтуванні можливих механізмів суспільного перерозподілу доходів для України.

Виклад основного матеріалу дослідження. Перший страховий фонд у 1744 р. створили два шотландські церковні служителі – Роберт Воллас (Robert Wallace, 1697–1771) та Александр Вебстер (Alexander Webster, 1708–1784), спираючись на тогочасні наукові досягнення з комбінаторики і теорії ймовірностей, а також на тогочасні інновації [7]. Фонд, що засновувався для підтримки вдів кількох сотень священнослужителів, виріс у загальний страховий та пенсійний фонд Шотландії.

Автором інноваційного погляду на ймовірність є французький математик і католицький теолог Блез Паскаль (Blaise Pascal, 1623–1662). У книзі “Ars cogitandi”, виданій у 1662 р. його учнями, він приписує ченцю з Порт-Рояль (Port-Royal) таку думку: «Страх збитків має бути пропорційним не тільки їх величині, але і ймовірності настання». У 1713 р. подібну книгу “Ars Conjectandi” (у перекладі з латини на англійську – “The Art of Conjecturing”) опублікував швейцарський математик Якоб Бернуллі (Jacob Bernulli, 1654–1705). Ці погляди залишаються акту-

альними з точки зору генерації первинних даних і прогнозування.

Застосування математичних методів у страхуванні вело до розвитку актуарної математики, одним із наріжних каменів якої є поняття очікуваної тривалості життя. Член-кореспондент НАН України М.Й. Ядренко (1932–2004) у 1995 р. відновив у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка курс з актуарної математики, який читав академік АН України Д.О. Граве (1863–1939) у часи Української народної республіки. Цей курс започаткував модернізацію навчального процесу на механіко-математичному факультеті цього університету.

Якоб Бернуллі стверджував, що «за рівних умов настання (або ненастання) певної події у майбутньому відбудеться за шаблоном, який спостерігався в минулому». За законом великих чисел Бернуллі, закономірності мають місце з деякими рівнями певності. Цей закон став основою теорій статистичної значущості, довірчого інтервалу, надійності, ризику.

Англійський математик французького походження Абрахам де Муавр (Abraham de Moivre, 1667–1754), учень і помічник Ісаака Ньютона (Isaac Newton, 1642–1727), у книзі “The doctrine of chance: a method of calculating probabilities of events in play”, виданій у 1718 р., показав, що результати практично будь-якої рекурсії нормально розподілені довкола деякого середнього значення.

Швейцарський фізик голландського походження Даніель Бернуллі (Daniel Bernulli, 1700–1782), племінник Якоба Бернуллі й один із засновників Петербурзької академії наук, у 1738 р. запропонував визначати цінність активу не на основі його ринкової ціни, а на основі функції корисності для його користувача, залежної від стану добробуту цього користувача.

Англійський математик і пресвітеріанський священник Томас Баєс (Thomas Bayes, 1702–1761) у своїй праці «Нариси щодо вирішення проблеми доктрини шансів», написаній під впливом ідей Абрахама де Муавра і надрукованій у 1764 р., розробив конструктивну концепцію умовної ймовірності та статистичного виведення (inference).

Саме математикам-теоретикам, а не торгівцям-практикам удалося закласти основи сучасних теорій страхування, ризиків і фінансів: зібрані страхові внески не безпосередньо перерозподіляються, а опосередковано інвестуються. Тому застосування фінансових інформаційно-комунікаційних технологій

(fin-tech) є цілком закономірним [8]. У життєздатній схемі страхування слід доволі точно оцінювати кількість майбутніх бенефіціарів і необхідну для них суму коштів. Страхові компанії та пенсійні фонди стали одними з найбільших інвесторів у світі – інституційними інвесторами, що сьогодні домінують на світових фінансових ринках. Сьогодні фонд Scottish Widows, який заснували шотландські священики Воллас і Вебстер, управляє активами вартістю понад 100 млрд. фунтів стерлінгів, що значно перевищує валовий внутрішній продукт (далі – ВВП) України. У розвинених країнах страхові внески стійко зростають – від 2% ВВП напередодні Першої світової війни до 10% ВВП сьогодні.

Сучасним прикладом держави добробуту (welfare state) є Федеративна Республіка Німеччина. Цю державу створював прем'єр-міністр Пруссії (у 1862–1890 рр.) і перший рейхсканцлер Німецької імперії (у 1871–1900 рр.) Отто фон Бісмарк (Otto von Bismarck, 1815–1898). Основною метою соціальної політики Бісмарка був міцніший зв'язок громадян із державою, а не з окремими партіями [7]. Бісмарк, пропонуючи проекти контрольованих державою систем страхування від нещасних випадків, медичного і пенсійного страхування, страхування від інвалідності, прагнув «поширити серед великої маси незаможних громадян консервативні погляди, які дає відчуття від права на пенсію» і «запевнити великі маси (зокрема незаможні верстви населення) в тому, що вони мають право на пенсію». Бісмарк розумів: «Хто б не втілював цю ідею в життя, він прийде до влади». Тому, незважаючи на свої ліберальні погляди, політичні опоненти Бісмарка в парламенті вилучили з проекту закону про страхування від нещасних випадків усі елементи державного соціалізму. Політична конкуренція і відповідне законодавство про соціальне страхування заклали основи сучасної держави загального добробуту.

Британія пішла шляхом Німеччини лише з 1908 р., коли тогочасний міністр фінансів (у 1908–1915 рр.) Девід Ллойд Джордж (David Lloyd George, 1863–1945) увів скромну пенсію для осіб віком понад 70 років. У 1909 р. він провів бюджет, який підвищував податок на землі лендлордів, а у 1911 р. ініціював прийняття закону про страхування, що передбачав обов'язкову виплату коштів робітникам у разі хвороби чи безробіття. Ці своєчасні реформи сприяли подальшій успішній політичній кар'єрі Ллойда Джорджа.

Якщо система соціального страхування започатковувалася з мотивів внутрішньої політики, то надалі система страхування загалом удосконалювалася з мотивів зовнішньої політики. Коли під час Першої світової війни німецькі субмарини потопили понад 7 млн. т вантажів, то стало зрозуміло, що приватні страхові компанії не зможуть покривати ризиків воєнних дій: у договорах страхування шкода, завдана воєнними діями, не визнавалася страховим випадком. Після Першої світової війни у 1920 р. політичні конкуренти, бажаючи пом'якшити вплив демобілізації на ринок робочої сили, ввели страхування від безробіття. Після Другої світової війни теж вводилися схожі заходи. У ході Четвертої промислової революції розробляються проекти безумовного базового доходу (universal basic income).

Під час Другої світової війни, у березні 1943 р., прем'єр-міністр Британії Вінстон Черчилль (Winston Churchill, 1874–1965) увів систему загальнодержавного обов'язкового страхування на всі випадки для всіх верств населення протягом усього життя громадянина. Розвиток системи державного страхування вимагав збільшення частки об'єктів державної власності, державних установ та інституцій, включаючи навчальні заклади і заклади охорони здоров'я. Такий крок Черчилля сприяв згуртуванню нації для перемоги у Другій світовій війні, але коштував особистого програшу політичним опонентам на виборах 1945 р. (із виграшем на виборах у 1951 р.). Цей досвід Британії є корисним для сучасної України.

Аргументи за державне страхування виходять далеко за межі лише соціальних переваг. По-перше, державне страхування може бути використане там, де приватні страхові компанії не можуть брати на себе ризики. По-друге, загальне і подекуди обов'язкове страхування уникає величезних витрат на розміщення реклами і власне рекламні кампанії. По-третє, державне страхування виграє від ефекту масштабу: чим більша кількість застрахованих, тим стабільніші середньостатистичні значення.

У свою чергу, Британія під час Другої світової війни використала досвід системи соціального забезпечення Японії до Другої світової війни. Рушійною силою цієї системи була прагматична потреба в молодих солдатах і працівниках. Як зазначав американський політолог і теоретик комунікацій Гарольд Ласвелл (Harold Laswell, 1902–1978), Япо-

нія 1930-х рр. перетворилася на гарнізонну державу з гарантією соціального забезпечення в обмін на військову службу. За період Другої світової війни 1938–1944 рр. кількість громадян Японії, застрахованих державою, зросла майже на два порядки, сягнувши 40 млн. осіб. Оскільки соціальне забезпечення сприяло якості військовослужбовців, то воєнний крилатий вислів «весь народ – солдати» змінився на соціальне гасло «всі мають бути застрахованими». Для забезпечення державного страхування активно підтримувалися галузі охорони здоров'я і фармацевтики Японії.

За очікуваною тривалістю життя Японія продовжує лідирувати у світі: у Японії цей показник становить 83,7 роки, а в Україні – 71,3 роки (104 місце серед 183 держав світу). Крім того, у 1970-х роках вищу освіту мали 90% жителів Японії, оскільки вищу освіту мали лише 32% жителів Британії. При цьому Японія була прикладом державної ощадливості: у 1975 р. на соціальне страхування Японія витратила 9% свого ВВП, Британія – 18%, Швеція – 31%. Економіка Японії зростала настільки швидко, що вже у 1968 р. (через два десятиліття після атомних бомбардувань японських міст Хіросіми і Нагасакі та капітуляції у Другій світовій війні) стала другою у світі.

Проте досвід Японії не виправдався у Британії. Оскільки у Британії (як колишній метрополії Британської імперії, над територією якої завжди світило сонце) отримати громадянство легше порівняно з Японією, то населення Британії є більш неоднорідним. Тому в Японії загальні для всіх правила працюють краще порівняно з Британією, незважаючи на віковічні традиції британського звичаєвого права. Індивідуальна і корпоративна раціональна поведінка в Британії вела до максимізації особистого фінансового забезпечення, мінімізації фонду заробітної плати і звільненні найманих працівників. Корпоративна культура Японії, що передбачає відданість своїй компанії, сприяє зростанню продуктивності праці: за період 1960–1979 рр. показник ВВП на одного працівника в Японії зріс на 8,1%, а в Британії – на 2,8%. Те, що в Британії розпочиналося як система державного соціального страхування, виродилося в систему державних виплат і конфіскаційного оподаткування з викривленням економічних стимулів.

Регіональні економічні стратегії на державному рівні часто спрямовані на поліпшення міжрегіонального розподілу випуску і доходу, незважаючи на можливе зниження при цьому

агрегованого випуску. Для такого поліпшення у США у 1965 р. прийнято Закон про Аппалачський регіональний розвиток і Закон про громадські роботи й економічний розвиток. Якщо розподіл ресурсів конкурентним ринком максимізує агрегований випуск [9] (один з авторів роботи [9] – Нобелівський лауреат 1970 р., а інший – Нобелівський лауреат 1987 р.), то будь-яка стратегія на поліпшення міжрегіональної рівності знижуватиме агрегований випуск, коли немає перерозподілу доходу через паушальні (lump sum) трансфертні платежі, які не чіпають власне виробництва. За традиційною теорією економіки добробуту, такого перерозподілу доходу можна досягати через паушальні податки і допомоги [10]. Проте в реальності наявні засоби перерозподілу доходу (акцизи, податки на нерухомість, соціальні допомоги) впливають на стимули людей до праці. Для розв'язання проблеми доцільно розробити загальну методологію побудови чисельних взаємозв'язків між агрегованою ефективністю та міжрегіональною рівністю і знайти такі взаємозв'язки для можливих ситуацій у статичній системі.

Виходитимемо з простих припущень: 1) існує два види виробничих факторів (входів) – праця (labor) L і капітал (capital) K ; 2) вхід (випуск) є однорідними і вимірюваними у фізичних одиницях; 3) випуск кожного регіону є функцією входів, фізично розташованих у цьому регіоні. Для регіону (як відкритої системи) випуск залежить як від входів у межах регіону, так і входів за його межами. Прикладом такого входу є транспортна інфраструктура: якщо ця інфраструктура стає кращою в інших регіонах, то випуск цього регіону лише виграватиме. Оскільки цей виграв не стане вирішальним для випуску цього регіону, то припущення 3) не є надмірним.

Припускають, що виробнича функція має властивості додатної граничної продуктивності за кожним входом і зменшуваного граничного рівня заміни між входами. Якщо капіталом регіону i володіють лише резиденти регіону, які не мають інших капітальних активів, то дохід x_i на душу населення дорівнює відношенню регіонального випуску X_i до чисельності L_i населення цього регіону. Обчислення такого доходу слід модифікувати, якщо перед перерозподілом входів для поліпшення міжрегіональної рівності існує власність резидентів регіону на капітал за межами цього регіону.

У вищезазначених припущеннях у координатах (L, K) побудуємо ізокванти X_i кожного

регіону. Оскільки населення загалом становить порівняно сталу частку робочої сили, то локуси (геометричне місце точок) однакових величин x_i можна будувати у тих же координатах як радіальні криві, які починаються у точці (0, 0).

Нехай країна складається з двох регіонів, а для кожного регіону в будь-який час відомо його чисельність населення, обсяг робочої сили і наявного капіталу. На прямокутній діаграмі Еджворта (Edgeworth) регіонам відповідають протилежні вершини, обсягу праці відповідає перша пара паралельних сторін прямокутника, обсягу капіталу – друга пара. Обсяг праці (капіталу) регіону вимірюється по стороні першої (другої) пари, починаючи з відповідної вершини. На цій діаграмі можна побудувати ізокванти агрегованого випуску

$$X = X_1 + X_2 \quad (1)$$

обох регіонів залежно від (міжрегіонального) розподілу праці й капіталу. Коли ступінь однорідності виробничої функції $X_i(L_i, K_i)$ менший 1, $i = 1, 2$, то точка максимального агрегованого випуску X знаходиться в межах прямокутника; коли ж для якоїсь виробничої функції цей ступінь не менше 1, то така точка може знаходитися за межами прямокутника. У тривіальному разі такою точкою є одна з вершин. Досліджено локуси однакових агрегованих випусків [11]. Можна довести, що згадана точка є конкурентною рівновагою [9]. Будь-яке відхилення фактичного розподілу від теоретичної рівноваги можна вважати наслідком ринкових недосконалостей.

Подібним чином можна зображати міжрегіональну рівність за розподілом доходу, уводячи відношення

$$R_{12} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{X_1 L_2}{L_1 X_2} \quad (2)$$

рівності, можна побудувати локуси однакових величин R_{12} на діаграмі Еджворта – множину кривих, що виходять із вершини одного регіону і входять у вершину іншого. Такі локуси можна отримати аналітично для заданих виробничих функцій [11].

Маючи локуси однакових X на одній діаграмі та локуси R_{12} на іншій діаграмі, можна оцінювати наслідки довільного регіонального розподілу входів для агрегованої ефективності та міжрегіональної рівності. Слід зазначити, що найефективніший розподіл входів не обов'язково належить локусу $R_{12} = 1$. У точці ефективного розподілу має бути однакою віддача регіонів на однакові входи. Конкурентна рівновага загалом не означає рівного

розподілу доходу через 1) нерівність розподілу власності капіталу з відповідною нерівністю розподілу доходів від капіталу, 2) регіональну нерівність таких невідновлюваних і нерухомих виробничих факторів, як угіддя чи копальні, з відповідною нерівністю розподілу рент від них. Отже, існує взаємообмін (tradeoff) між агрегованою ефективністю і міжрегіональною рівністю.

Проаналізуємо цей взаємообмін із погляду наявних засобів досягнення цілі рівності. Коли перерозподіли населення (праці) і капіталу є політично допустимими, то трансформаційна площа, яка відповідає бажаним перерозподілам на діаграмі Еджворта, задається точками максимального агрегованого випуску на кожному локусі з різними значеннями R_{12} . Ця площа не обов'язково є неперервною [11]. Варто зазначити, що розподілу найвищої ефективності з повною рівністю можна досягати через збільшення населення і капіталу в одному з регіонів. Коли допустимими є перерозподіли капіталу, а не населення, то трансформаційна площа – це лінія, що проходить через точку початкового перерозподілу паралельно другій парі сторін прямокутника Еджворта; коли допустимими є перерозподіли населення, але не капіталу, то трансформаційна площа – це лінія, що проходить через точку початкового перерозподілу паралельно першій парі сторін прямокутника Еджворта. Очевидно, що трансформаційна площа за допустимих перерозподілів обох виробничих факторів (праці й капіталу) не гірша (з точки зору досліджуваного взаємообміну) трансформаційної площі за допустимого перерозподілу лише одного виробничого фактора. Згадані трансформаційні площі можна відобразити у координатах ефективності (efficiency) E та R_{12} , де $E(R_{12})$ – відношення максимального агрегованого випуску $X(R_{12})$ у R_{12} до безумовного максимального агрегованого випуску X .

Уявімо, що кожна регіональна виробнича функція – це виробнича функція фіксованих пропорцій типу Вальраса – Леонтьєва (Walras – Leontief) (Леонтьєв – Нобелівський лауреат 1973 р.):

$$X_i = \min \left\{ \frac{L_i}{a_i}, \frac{K_i}{b_i} \right\}, \quad a_i > 0 < b_i, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Ці функції не обов'язково задовільно наближують реальні виробничі функції, але спрощують аналітичну побудову трансформаційних площ. Коефіцієнти a_i відповідають праці, а коефіцієнти b_i – капіталу.

З умови (3) випливають нерівності

$$X_1 \leq \frac{L_1}{a_1}, X_2 \leq \frac{L_2}{a_2}, a_1 X_1 + a_2 X_2 \leq L_1 + L_2 = L, \quad (4)$$

$$X_1 \leq \frac{K_1}{b_1}, X_2 \leq \frac{K_2}{b_2}, b_1 X_1 + b_2 X_2 \leq K_1 + K_2 = K. \quad (5)$$

Максимізація ефективності (1) за умов обмежень (4) і (5) зводиться до завдань лінійного програмування – пошуку значень X_1, X_2 у фіксованих додатних коефіцієнтах a_1, a_2, b_1, b_2 й агрегованих величинах L, K країни в цілому.

Якщо максимізація веде до цілковитої концентрації одного з входів у певному регіоні, який монополізуватиме випуск (однорідного продукту), то трансформаційна площа відповідатиме граничній ефективності на межі прямокутника Еджворта з повною концентрацією обох виробничих факторів в одному регіоні. Тоді за відсутності населення в іншому регіоні поняття міжрегіональної рівності втрачатиме сенс.

Умови того, що розв'язок завдання максимізації (1) в обмеженнях (4) і (5) знаходиться у внутрішності прямокутника Еджворта, – це нерівності

$$L_1 > 0 < L_2, K_1 > 0 < K_2.$$

Звідси через умови (3) маємо $X_1 > 0 < X_2$. Якщо (X_1, X_2) – розв'язок даної задачі, який знаходиться у внутрішності прямокутника Еджворта (кожний регіон дає ненульовий випуск), то кожний регіон повністю використовує свої виробничі фактори, а нерівності (4) і (5) задовольняються як рівності:

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 = L, b_1 X_1 + b_2 X_2 = K, \quad (6)$$

звідки

$$X_1 = \frac{L - a_2 X_2}{a_1},$$

$$\frac{b_1(L - a_2 X_2)}{a_1} + b_2 X_2 = b_1 X_1 + b_2 X_2 = K,$$

$$b_1 L - b_1 a_2 X_2 + b_2 a_1 X_2 = a_1 K, 0 < X_2 = \frac{a_1 K - b_1 L}{b_2 a_1 - b_1 a_2}.$$

Остання нерівність рівносильна виконанню або пари нерівностей

$$b_2 a_1 - b_1 a_2 > 0, a_1 K - b_1 L > 0, \quad (7)$$

або пари нерівностей

$$b_2 a_1 - b_1 a_2 < 0, a_1 K - b_1 L < 0. \quad (8)$$

Через симетрію

$$0 < X_1 = \frac{a_2 K - b_2 L}{b_1 a_2 - b_2 a_1}.$$

Остання нерівність рівносильна виконанню або пари нерівностей

$$b_1 a_2 - b_2 a_1 > 0, a_2 K - b_2 L > 0, \quad (9)$$

або пари нерівностей

$$b_1 a_2 - b_2 a_1 < 0, a_2 K - b_2 L < 0. \quad (10)$$

За виконання пар нерівностей (7), (10) маємо обмеження капіталоозброєності

$$\frac{a_2}{b_2} < \frac{L}{K} < \frac{a_1}{b_1},$$

а за виконання пар нерівностей (8), (9) маємо обмеження

$$\frac{a_2}{b_2} > \frac{L}{K} > \frac{a_1}{b_1}.$$

Співвідношення (3) і (6) означають

$$X_1 = \frac{L_1}{a_1} = \frac{K_1}{b_1}, X_2 = \frac{L_2}{a_2} = \frac{K_2}{b_2}, \quad (11)$$

звідки

$$x_1 = \frac{X_1}{L_1} = \frac{1}{a_1}, x_2 = \frac{X_2}{L_2} = \frac{1}{a_2}, R_{12} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (12)$$

Отже, за умов $a_1 = a_2$ існує міжрегіональний розподіл, який одночасно задовольняє ефективності й рівності.

Якщо існує такий розв'язок цієї задачі, то регіональні стратегії мають бути спрямовані на вирівнювання коефіцієнтів, що відповідають праці.

Припустимо тепер, що $a_1 < a_2$. Тоді співвідношення (12) дають $x_1 > x_2$ у точці ефективності. Оскільки в цій точці кожний регіон $i = 1, 2$ досягає свого найвищого значення x_i , то міжрегіональної рівності можна досягнути лише за рахунок а) надання регіону 1 надлишкової праці та/або б) вилучення з регіону 1 деякого капіталу, що визначає випуск регіону 1. Ураховуючи рівності (11), локусу з $R_{12} = 1$ відповідають співвідношення

$$1 = R_{12} = \left(\frac{X_1}{L_1} \right) \left(\frac{X_2}{L_2} \right)^{-1} = \frac{K_1}{b_1 L_1} \left(\frac{L_2}{a_2 L_2} \right)^{-1} = \frac{a_2 K_1}{b_1 L_1},$$

$$K_1 = \frac{b_1}{a_2} L_1,$$

$$X(R_{12} = 1) = X_1 + X_2 = \frac{K_1}{b_1} + \frac{L - L_1}{a_2} = \frac{L_1}{a_2} + \frac{L}{a_2} - \frac{L_1}{a_2} = \frac{L}{a_2}.$$

Постійне значення агрегованого випуску на локусі міжрегіональної рівності означає, що втрата ефективності у виробничій функції (3) не залежить від способу досягнення такої рівності – способу а) та/або б).

Оскільки через рівності (11) максимальна ефективність відповідає агрегованому

випуску $X = X_1 + X_2 = \frac{L_1}{a_1} + \frac{L_2}{a_2}$, то значення ефективності рівне

$$E(R_{12}) = \frac{X(R_{12})}{X} = \left(\frac{L}{a_2}\right) \left(\frac{L_1}{a_1} + \frac{L_2}{a_2}\right)^{-1} = \left(\frac{L}{a_2}\right) \left(\frac{L_1}{a_1} + \frac{L-L_1}{a_2}\right)^{-1} = \frac{La_1a_2}{a_2[a_2L_1 + a_1(L-L_1)]} = \frac{a_1}{a_2p + a_1(1-p)},$$

де $p = \frac{L_1}{L}$ – частка (proportion) населення регіону 1 у населенні країни. Беручи до уваги також рівності (12), дістаємо залежність

$$E(R_{12}) = \frac{1}{R_{12}p + 1 - p} = \frac{1}{1 + p(R_{12} - 1)}, \quad (13)$$

яку можна відобразити у координатах E , R_{12} для кожного значення параметра p . Ураховуючи $R_{12} = \frac{X_1}{X_2} > 1$ у залежності (13), значення $E(R_{12})$ спадає з ростом p тому, що міжрегіональної рівності можна досягати лише через зниження величини x_1 до рівня x_2 .

Припустимо, що регіональні виробничі функції є більш реалістичними функціями Кобба – Дугласа (Cobb – Douglas):

$$X_1 = c_1(L_1)^{\alpha_1}(K_1)^{\beta_1}, \quad X_2 = c_2(L_2)^{\alpha_2}(K_2)^{\beta_2}, \quad (14)$$

де c_i , α_i , β_i – задані додатні коефіцієнти, $i = 1, 2$. Для спостережуваної еластичності заміни між працею і капіталом для низки товарних галузей виробнича функція Кобба – Дугласа виявилася точнішою, ніж виробнича функція фіксованих пропорцій [12].

Із рівностей (14) випливає

$$X = X_1 + X_2 = c_1(L_1)^{\alpha_1}(K_1)^{\beta_1} + c_2(L - L_1)^{\alpha_2}(K - K_1)^{\beta_2}. \quad (15)$$

Якщо точка міжрегіонального розподілу є внутрішньою точкою прямокутника Еджворта (тобто $0 < L_1 < L$, $0 < K_1 < K$), то умови першого порядку максимізації цільової функції (15) $X(L_1, K_1)$ по L_1 , K_1 дають систему рівнянь

$$0 = \frac{\partial X}{\partial L_1} = c_1\alpha_1(L_1)^{\alpha_1-1}(K_1)^{\beta_1} - c_2\alpha_2(L - L_1)^{\alpha_2-1}(K - K_1)^{\beta_2},$$

$$\alpha_1 X_1 = \alpha_1 \frac{X_1}{L_1} = \alpha_1 \frac{c_1(L_1)^{\alpha_1}(K_1)^{\beta_1}}{L_1} = \frac{c_2\alpha_2(L - L_1)^{\alpha_2}(K - K_1)^{\beta_2}}{L - L_1} = \frac{\alpha_2 X_2}{L - L_1} = \alpha_2 X_2,$$

$$0 = \frac{\partial X}{\partial K_1} = c_1\beta_1(L_1)^{\alpha_1}(K_1)^{\beta_1-1} - c_2\beta_2(L - L_1)^{\alpha_2}(K - K_1)^{\beta_2-1},$$

$$\beta_1 \frac{X_1}{K_1} = \beta_1 \frac{c_1(L_1)^{\alpha_1}(K_1)^{\beta_1}}{K_1} = \frac{c_2\beta_2(L - L_1)^{\alpha_2}(K - K_1)^{\beta_2}}{K - K_1} = \frac{\beta_2 X_2}{K - K_1},$$

звідки можна визначити значення L_1 , K_1 у точці ефективності. Тоді $R_{12} = \frac{X_1}{X_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$, як і в

рівнянні (12). Отже, відношення рівності для внутрішнього розв'язку задачі максимізації ефективності визначається лише коефіцієнтами праці, а умовою існування ефективності й рівності залишається рівняння $a_1 = a_2$. Достатньою умовою існування внутрішнього розв'язку задачі максимізації ефективності є зменшувана віддача від масштабу виробничих функцій (14), тобто $\alpha_i + \beta_i < 1$, $i = 1, 2$ [11]. Хоча деякі галузі можуть виявляти збільшувану віддачу від масштабу, регіони в цілому напевне виявлятимуть зменшувану віддачу від масштабу тому, що до капіталу як виробничого фактора не зараховуються такі нерухомі входи, як земля, клімат, підземні копалини. У виробничій функції регіону зі збільшуваною віддачею від масштабу може існувати внутрішній розв'язок задачі максимізації агрегованої ефективності, якщо виробнича функція іншого регіону виявляє зменшувану віддачу від масштабу [11]; однак існування такого розв'язку малоймовірно тому, що незначна зміна будь-якої з виробничих функцій регіонів часто призводить до повної концентрації входів в одному з регіонів.

За умов однакових регіональних виробничих функцій (скажімо, $c_i = 1$, $\alpha_i = 0.5$, $\beta_i = 0.3$, $i = 1, 2$) локуси однакової ефективності та локуси однакової рівності можна відобразити на діаграмі Еджворта зі сторонами $\frac{K_1}{K}$ і $\frac{L_1}{L}$. Відповідні трансформаційні площі в альтернативних умовах перерозподілу можна відобразити у координатах E , R_{12} ; при цьому горизонтальна вісь R_{12} масштабується так, що: а) величини R_{12} і $\frac{1}{R_{12}}$ (на цій осі) мають розташовуватися на однаковій відстані (distance) D від величини $R_{12} = 1$, але у протилежних напрямках; б) величини $R_{12} = 0$ і $R_{12} = \infty$ мають розташовуватися на скінченній відстані від величини $R_{12} = 1$. Серед багатьох

функцій, що задовольняють умовам а), б), можна вибрати функцію $D = \frac{4}{\pi} \arctan R_{12} - 1$, за якої вісь значень R_{12} має довжину 2. У різних регіональних виробничих функціях (скажімо, $c_1 = 1 = c_2$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.7$, $\beta_1 = 0.3$, $\beta_2 = 0.1$) локуси однакової ефективності та локуси однакової рівності можна відобразити на діаграмі Еджворта зі сторонами $\frac{K_1}{K}$ і $\frac{L_1}{L}$. Відповідні трансформаційні площі за різних умов перерозподілу можна відобразити у координатах E , R_{12} .

Як було показано на виробничій функції фіксованих пропорцій, найвища ефективність агрегованого випуску за обмеження $R_{12} = 1$ залежить від відносного розподілу населення і відношення рівності за цієї ефективності для кожного альтернативного припущення про допустимість перерозподілу факторів, а також від ступеня $h_i = \alpha_i + \beta_i$ однорідності (homogeneity) виробничої функції. Для кількох гіпотетичних випадків (комбінацій значень $p \in \{0.8, 0.5, 0.2\}$, $R_{12} \in \left\{2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}\right\}$, $h_i \in \{0.95, 0.9, 0.85, 0.8\}$) було знайдено, що відношення E найвищої ефективності при $R_{12} = 1$ до максимально можливої ефективності (перетин трансформаційної площі з віссю $R_{12} = 1$) перевищує 94% за можливості перерозподілу населення й капіталу, перевищує 93% за можливості перерозподілу лише населення і перевищує 82% за можливості перерозподілу тільки капіталу [6]. Це відношення, як правило, перевищує 90%; це відношення зменшується з ростом R_{12} ; величина E зменшується при відносно малих R_{12} і граничних значеннях p (близьких до 1 чи 0), а також при відносно великих R_{12} і малих p ; за можливості перерозподілу населення величина E є загалом є більшою, ніж за можливості перерозподілу капіталу, крім випадків порівняно малих p і великих h ; можливість перерозподілу обох виробничих факторів, як правило, не дає підвищення величини E понад 1% порівняно з можливістю перерозподілу лише одного фактора. На відміну від виробничої функції фіксованих пропорцій, при виробничій функції Кобба-Дугласа величина E не обов'язково зменшується з ростом відносної частки кращого регіону у точці ефективності.

На відміну від виробничої функції фіксованих пропорцій (із ступенем однорідності 1), у виробничій функції Кобба-Дугласа досягнення міжрегіональної рівності потребує менше втрат

ефективності: ступінь однорідності h_i мало впливає на величину E . Справді, на відміну від низки виробничих функцій, виробнича функція Кобба-Дугласа виявляє високий рівень взаємозамінюваності праці й капіталу. Оскільки справжні агреговані виробничі функції належать класу, проміжному між класом виробничих функцій фіксованих пропорцій і класом виробничих функцій Кобба-Дугласа [13], то досягнення міжрегіональної рівності супроводжуватиметься меншими втратами ефективності шляхом перерозподілу населення (міграції), ніж шляхом перерозподілу капіталу.

Перерозподіл доходів потрібний для організації проведення досліджень і розробок у країні. Нобелівський лауреат 2018 р. Ромер пояснює роль технічних досягнень для економічного зростання і його прискорення під час промислової революції. Якщо традиційна економіка розглядає тільки два фактори виробництва – капітал і працю, то Ромер додає третій – технологічні знання. Ромер стверджує, що неурядові й урядові організації могли б сприяти технологічним інноваціям, інвестуючи в нові дослідження і розробки, починаючи із загальної і професійної підготовки кадрів: технологічним прогресом можна керувати через соціально-економічні стимули.

Один із висновків Ромера такий: економіка, яка володіє ресурсами людського капіталу та розвиненою наукою у довгостроковій перспективі має кращі шанси на зростання продуктивності, ніж економіка, позбавлена цих переваг. Із моделі Ромера впливає таке: якщо одній фірмі вдалося досягти ноу-хау (know-how) чи інновації, то в сприятливому інноваційному середовищі іншим фірмам набагато легше навчитися вже досягнутому. Ромер вирізняє ідеї серед традиційних продуктів: «Предмети зберігають ідеї мають величезну вартість за першу одиницю продукції і практично нульову – за кожну наступну одиницю». Ромер удосконалив модель ендогенного економічного зростання Нобелівського лауреата 1972 р. Кеннета Ерроу (Kenneth Arrow, 1921–2017), запровадив параметр знання як фактор виробництва, розробив модель навчання в процесі діяльності (learning-by-doing) і застосував її до макроекономіки (Ерроу – один з авторів вищезгаданої роботи [13]).

Висновки з цього дослідження. Практичні приклади і моделі, основані на виробничих функціях Кобба-Дугласа, свідчать, що досягнення міжрегіональної рівності можливе без істотних втрат агрегованої ефективності країни в цілому.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Горбачук В.М., Гаркуша Н.І. Втрата ефективності в рівновагах Неша. Математичне моделювання в економіці. 2013. № 3. С. 79–89.
2. Горбачук В.М. Парето-неефективність рівноваги стійкого стану конкурентної економіки. Аналіз, моделювання, управління. 2018. № 3. С. 153–168.
3. Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. The Golden rule for overlapping generations / Nonlinear analysis and applications. Kyiv: NTUU "KPI", 2018. P. 24.
4. Горбачук В.М., Сулейманов С. Б. Динамічне оцінювання економічної ефективності у територіально-адміністративних одиницях / Продуктивна спроможність націй: приклад України. Київ: КНУ імені Т. Шевченка, 2017. С. 64–65.
5. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С. Б. До розв'язання проблеми ефективності й рівності. Контроль і управління в складних системах. Вінниця: ВНТУ, 2018. С. 61.
6. Mera K. Tradeoff between aggregate efficiency and interregional equity: a static analysis. Quarterly journal of economics. 1967. Vol. 81. P. 658–674.
7. Ferguson N. The ascent on money: a financial history of the world. The Penguin Press, 2008. 432 p.
8. Горбачук В.М., Кошулько А.І., Дунаєвський М.С. Питання асиметрії інформації та несприятливого відбору в організації охорони здоров'я. Здоров'я і суспільні виміри в академічному просторі та поза ним. Київ: НаУКМА, 2018. С. 27–29.
9. Dorfman R., Samuelson P.A., Solow R.M. Linear programming and economic analysis. New York: McGraw Hill, 1958.
10. Samuelson P.A. Foundations of economic analysis. Cambridge, MA.: Harvard University Press, 1947.
11. Mera K. Efficiency and equalization in interregional economic development. PhD thesis. Cambridge, MA: Harvard University, 1965.
12. Minhas B. S. International comparison of factor costs and factor use. Amsterdam: North Holland Publishing, 1963.
13. Arrow K.J., Chenery H.B., Minhas B.S., Solow R.M. Capital-labor substitution and economic efficiency. Review of economics and statistics. 1961, August. P. 225–250.

REFERENCES:

1. Horbachuk V.M., Harkusha N.I. (2013) Vtrata efektyvnosti v rinvovahakh Nesha [Efficiency loss at Nash equilibria]. Matematychnе modeliuвання v ekonomitsi, 3. pp. 79–89.
2. Horbachuk V.M. (2018) Pareto-neefektyvnist rinvovahy stiikoho stanu konkurentnoi ekonomiky [Pareto-inefficiency for steady state equilibrium of competitive economy]. Analiz, modeliuвання, upravlinnia, 3, pp. 153–168.
3. Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. The Golden rule for overlapping generations / Nonlinear analysis and applications. – Kyiv: NTUU "KPI", 2018. – P. 24.
4. Horbachuk V.M., Suleimanov S.-B. (2017) Dynamichne otsiniuvannya ekonomichnoi efektyvnosti u terytorialno-administratyvnykh odynytsiakh [Dynamic estimation of economic efficiency in territorial-administrative units]. Produktivna spromozhnist natsii: pryklad Ukrainy, Kyiv: KNU imeni T. Shevchenka, pp. 64–65.
5. Horbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. (2018) Do rozv'iazannia problemy efektyvnosti y rinvosti [To solving a problem of efficiency and equity]. Kontrol i upravlinnia v skladnykh systemakh, Vinnytsia: VNTU, p. 61.
6. Mera K. Tradeoff between aggregate efficiency and interregional equity: a static analysis // Quarterly journal of economics. – 1967. – Vol. 81. – P. 658–674.
7. Ferguson N. The ascent on money: a financial history of the world. – The Penguin Press, 2008. – 432 p.
8. Horbachuk V.M., Koshulko A.I., Dunaievskiy M.S. (2018) Pytannia asymetrii informatsii ta nespriyatlyvoho vidboru v orhanizatsii okhorony zdorovia [The issues of information assymetry and adverse selection in health care organization]. Zdorovia i suspilni vymiry v akademichnomu prostori ta poza nym, Kyiv: NaUKMA, pp. 27–29.
9. Dorfman R., Samuelson P.A., Solow R.M. Linear programming and economic analysis. – New York: McGraw Hill, 1958.
10. Samuelson P.A. Foundations of economic analysis. – Cambridge, MA.: Harvard University Press, 1947.
11. Mera K. Efficiency and equalization in interregional economic development. PhD thesis. – Cambridge, MA: Harvard University, 1965.
12. Minhas B. S. International comparison of factor costs and factor use. – Amsterdam: North Holland Publishing, 1963.
13. Arrow K.J., Chenery H.B., Minhas B.S., Solow R.M. Capital-labor substitution and economic efficiency // Review of economics and statistics. – 1961, August. – P. 225–250.

Losses of aggregate efficiency under achieving interregional equity

Gorbachuk V.M.

Doctor of Science (Physics and Mathematics), Senior Research Associate,
V.M. Glushkov Institute of Cybernetics,
National Academy of Sciences of Ukraine

Kolesnik Y.S.

Candidate of Science (Engineering), Senior Research Associate,
V.M. Glushkov Institute of Cybernetics,
National Academy of Sciences of Ukraine

Dunaievskyi M.S.

Master, Postgraduate Student,
V.M. Glushkov Institute of Cybernetics,
National Academy of Sciences of Ukraine

As a redistribution via transfer payments is a reasonable one for the real world only to some extent (the appropriate legislation assumes almost explicit restrictions on transfer payments, and the respective policy tools concern a redistribution of public or private capital mostly), the goal of interregional equity may contradict to the goal of aggregate output maximization – the goal of efficiency. Therefore, the regional strategies should be formulated and realized in the light of network relationships between aggregate efficiency and interregional equity. The numerical analysis of such relationships taking into account the data of economic system is a rather complex scientific and practical management problem for decision developers. It is worth to mention the interregional interdependence and coordination correspond to the modern theory of endogenous economic growth by Paul Romer awarded the

Nobel Prize on October 8, 2018. The unsolved part of general problem is the testing of general theoretical approaches to interregional redistribution on the real cases. The aim of paper is to substantiate the possible mechanisms of social income redistribution for Ukraine. The transformation surfaces between aggregate efficiency and interregional equity can be constructed for known regional production functions. The more interregional inequity of income per capita at the efficiency point, the more efficiency losses under achieving interregional equity. The methodology of production function optimization allows developing the ways to solve a problem of efficiency and equity. The practical cases and models based on the Cobb–Douglas production functions show that achieving interregional equity is a feasible task without significant losses of aggregate efficiency for the country as a whole.