

УДК 336.187.44:368(477)

Оцінка ризику неплатоспроможності страхової організації

Кисільова І.Ю.

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Запорізький національний університет

Розглянуто модель ризику неплатоспроможності (розорення) страхової компанії, яка здійснює розміщення тимчасово вільних коштів. Отримано інтегральне рівняння ймовірності неплатоспроможності (як міри ризику) страхової організації, яке враховує розподіл величини ставки інвестиційної доходності.

Ключові слова: ризик неплатоспроможності, ставка інвестиційного доходу, розподіл, страхова компанія.

Кисилева И.Ю. ОЦЕНКА РИСКА НЕПЛАТЕЖЕСПОСОБНОСТИ СТРАХОВОЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Рассмотрена модель риска неплатежеспособности (разорения) страховой компании, которая осуществляет размещение временно свободных средств. Получено интегральное уравнение вероятности неплатежеспособности страховой организации, которое учитывает распределение ставки инвестиционного дохода.

Ключевые слова: риск неплатежеспособности, ставка инвестиционного дохода, распределение, страховая компания.

Kysilova I.Yu. ESTIMATION OF INSOLVENCY RISK OF INSURANCE ORGANIZATION

Model of insolvency risk (risk of ruin) of insurance company that accomplishes investment of free assets has been discussed. The integral equation of insolvency probability (ruin probability) of insurance company which considers distribution of investment rate of interest.

Keywords: insolvency risk, investment rate of interest, distributon, insurance company.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими чи практичними завданнями. У розвинених країнах страхування, в силу специфіки та притаманних йому функцій, є стратегічним сектором економіки. Окрім зниження навантаження на витратну частину бюджету (оскільки відшкодовуються втрати при настанні несподіваних природних і техногенних явищ), страхування дозволяє успішно вирішувати питання соціального забезпечення, що є важливим елементом соціальної системи держави та залучає в економіку значні інвестиційні ресурси.

Визначення ризику неплатоспроможності є однією з найбільш важливих задач як для окремої страхової організації, так і для національного страхування. Важливу роль в забезпеченні платоспроможності страховиків грає інвестиційна політика і формування інвестиційного портфеля, причому доходність інвестиційних вкладень, як одна із найбільш важливих величин, характеризується певною диференціальною функцією розподілу. Однак можна констатувати, що на даний час майже відсутні застосування стохастичного і одночасно динамічного підходу до аналізу платоспроможності страхових компаній.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання управління платоспро-

можністю страхових компаній у контексті забезпечення їх фінансової стійкості досліджується багатьма вітчизняними і зарубіжними науковцями. Так, І. Ненно [1, с. 261] розглядає платоспроможність як основну ознаку фінансової стійкості страховиків, специфіка якої проявляється в особливостях формування зобов'язань і ресурсів для їх виконання. В.М. Олійник в роботі [2, с. 19] визначає платоспроможність страховика як вартість активів страхової компанії, що перевищує вартість її зобов'язань або дорівнює їй, а в роботі [3, с. 132-133] визначено основні засади моделювання платоспроможності страховика. Питанням формування оптимальної структури інвестиційного портфеля страхової компанії присвячено роботи В.Л. Пластуна [4, с. 338-340], Н.Ю. Шуригіної [5] та інших науковців.

Серед вітчизняних та зарубіжних вчених, роботи яких присвячено обчисленню ймовірності розорення страхової компанії, слід відзначити А.В. Мельникова [6] А.В. Бойкова [7, с. 550-552], О.М. Андросюка [8, с. 1448-1450] та інших. В роботі О.В. Жуміка, Ю.А. Стадника [9, с. 150] для оцінки ймовірності банкрутства страхової компанії застосовано методи актуарної математики. Однак слід зазначити, що в цих роботах не враховуються диференціальні

функції розподілів інших параметрів, зокрема ставки інвестиційного доходу.

Формулювання цілей статті. Метою статті є побудова аналітичного рівняння ймовірності неплатоспроможності страхової організації (як міри ризику) із врахуванням диференціальної функції розподілу ставки інвестиційного доходу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Можливість прогнозувати з максимальним ступенем імовірності ризик неплатоспроможності в майбутньому дозволяє відпрацювати у планах і прогнозах стратегію протидії ризику.

Різноманіття форм прояви ризику, частота і тяжкість наслідків його реалізації зумовлюють необхідність проведення поглибленого аналізу ризику і економіко-математичного обґрунтування фінансової політики страхової компанії. Використання економіко-математичних методів дозволяє отримати більш обґрунтовані і достовірні оцінки основних характеристик платоспроможності страхових організацій.

Визначення ймовірності розорення страхової компанії одним з найбільш важливих завдань страхової математики, на яких будується основна концепція забезпечення платоспроможності, не лише як відсутність банкрутства, але і його недопущення. Отримання ймовірності розорення, з іншого боку, дозволяє знайти оптимальну (раціональну) величину страхового внеску.

Найпоширенішим у портфельному інвестуванні є припущення, що за наявності альтернатив у разі прийняття рішень для інвестора важливі два показники – очікувана ставка доходу (повна доходність) і рівень ризику.

Ризик є ймовірною оцінкою, його кількісне вимірювання не може бути однозначним і чітко передбачуваним. Залежно від того, яку з методик обчислення реалізовано, рівень ризику може суттєво змінюватися. На практиці реалізуються такі основні методики оцінювання ризику: оцінка чутливості кон'юнктури й оцінка ймовірного розподілу доходності [10]. Перший підхід полягає в обчисленні ризику як розмаху варіації доходності активу (V), виходячи з песимістичної (R_n) та оптимістичної (R_{on}) оцінок її.

Чим більший розмах (ширший інтервал, діапазон) зміни очікуваної доходності від найнижчого до найвищого рівня, тим меншою є впевненість інвестора в отриманні майбутніх очікуваних доходів і більшим ризик. Деякі аналітики переконані, що інвестор має роз-

глядати лише варіанти з ризиком, меншим порівняно з очікуваним рівнем (відхилення, нижчі за прийнятне значення). Вихідні параметри для здійснення розрахунків за другою методикою – це прогнозові оцінки значень доходності фінансового активу (R_j) та ймовірності здійснення їх (P_j). Найпоширенішою мірою ризику є дисперсія, або стандартне відхилення очікуваної доходності. Вона є доволі точною й широко визнаною мірою ризику, яку використовують у теоретичних моделях оцінювання фінансових інструментів. Це показник розпорошення доходності навколо очікуваної величини. Чим менше розпорошені ставки доходів навколо очікуваної, тим вищою є впевненість в одержанні цієї доходності в майбутній період [10].

Найбільш загальноприйнятою мірою ризику в страхуванні є ймовірність банкрутства (ризик неплатоспроможності) впродовж часу T , яку можна визначити так [6]:

$$1 - P(\{\omega : R(t) \geq 0, t \in (0, T)\}). \quad (1)$$

Розглянемо ситуацію, коли кількість можливих претензій N є невідомою. В динамічній колективній моделі залежність $N = N(t)$ є випадковим процесом, який визначає кількість претензій, які виникли за проміжок часу $[0, t]$. Як зазначено в роботі [6], колективна модель ризику є більш реалістичною та надає більш можливостей управління ризиком для страхової компанії. Модель ризику (врахуємо, що кількість вимог X_i позитивна та незалежна від N) має форму:

$$X = \sum_{i=1}^N X_i. \quad (2)$$

Функція $\varphi(x, k) = P(\{\omega : R(j) \geq 0, j = 0, 1, \dots, k\})$ визначає ймовірність платоспроможності (нерозорення) страхової організації на скінченному часовому інтервалі $[0, k]$, функція $\varphi(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(x, k)$ – на нескінченному інтервалі $[0, \infty)$. Визначення аналітичного вигляду цих функцій дозволить оцінити платоспроможність страхової компанії. При цьому врахуємо вплив параметрів інвестиційної діяльності страхової компанії, зокрема диференціальну функцію розподілу норми доходності інвестиційних вкладень.

Розглянемо модель ризику страхової компанії, яка здійснює розміщення тимчасово вільних коштів в акції S (ризиковий актив з прибутковістю ρ_n) та на депозитний рахунок B (безризиковий актив із ставкою доходності r), тобто функціонує на двовимірному (B, S) -ринку [6], для якого

$$\begin{aligned} \Delta B_n &= r \cdot B_{n-1}, B_0 > 0; \\ \Delta S_n &= \rho_n \cdot S_{n-1}, S_0 > 0, n \leq N, \end{aligned} \quad (3)$$

де $r \geq 0$ – норма доходності інвестиційних вкладень, причому $(-1 < a < r < b)$, та рівнем прибутковості

$$\rho_n = \begin{cases} b \text{ з ймовірністю } p \in [0, 1] \\ a \text{ з ймовірністю } q = 1 - p, \end{cases}$$

$$n = 1, \dots, N.$$

Страхова організація із капіталом $x = R_0$ формує інвестиційний портфель (β_1, γ_1) в момент часу $n = 0$, так що маємо:

$$R_0 = \beta_1 \cdot B_0 + \gamma_1 \cdot S_0. \quad (4)$$

В момент часу $n = 1$ величина капіталу дорівнює:

$$R_0 = \beta_1 \cdot B_1 + \gamma_2 \cdot S_1 + c - Z_1, \quad (4)$$

де c – надходження страхових премій; Z_1 – позитивна випадкова величина, яка являє собою загальну величину вимог страхувальників щодо страхових виплат впродовж визначеного періоду. Цей капітал реінвестується в портфель (β_2, γ_2) , так що величина капіталу становить $R_2 = \beta_2 \cdot B_2 + \gamma_2 \cdot S_1$. Тоді на момент часу n маємо

$$R_0 = \beta_n \cdot B_n + \gamma_n \cdot S_n + c - Z_n. \quad (5)$$

де послідовність $\pi = (\beta_n, \gamma_n)_{n \geq 0}$ являє собою інвестиційну стратегію, а Z_n являє собою позитивну випадкову величину, яка характеризує загальну кількість вимог впродовж часового проміжку $\{(n-1); n\}$. Позначимо диференціальну функцію розподілу Z_n як $F(Z_n) \equiv F(Z)$.

Отже динаміка капіталу страхової компанії характеризується формулою:

$$\begin{aligned} R_{n+1} &= \beta_n \cdot B_{n+1} + \gamma_n \cdot S_{n+1} + c - Z_{n+1} = \\ &= R_n \cdot (1+r) + \gamma_n \cdot S_n (\rho_{n+1} - r) + c - Z_{n+1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Показано [6], що інтегральне рівняння ймовірності неплатоспроможності в загальному вигляді має форму:

$$\begin{aligned} \psi_{k+1}(x) &= e^{-\mu[x(1+r)+c]} + \\ &+ \int_0^{x(1+r)+c} \psi_k(x(1+r)+c-y) \mu \cdot e^{-\mu y} dy, \end{aligned} \quad (7)$$

де $\psi_1(x) = e^{-\mu[x(1+r)+c]}$.

Дослідження показують, що норма доходності інвестиційних вкладень є випадковою величиною та характеризується певними ймовірнісними характеристиками. Тому важливо врахувати не лише її середні значення, а також її статистичні розподіли. внаслідок чого величина капіталу страхової ком-

панії також є випадковою величиною. Тому доцільно провести стохастичне дослідження норми доходності та оцінити диференціальні функції розподілу параметрів дислокаційної структури, які в свою чергу, пов'язані із розподілами механічних властивостей.

Якщо диференціальна функція $f(r)$ розподілу норми доходності r як випадкової величини є відомою, то для центрованої величини r° можуть бути знайдені границі вимірювання $r_1^\circ < r^\circ < r_2^\circ$, з яких в цьому дослідженні найбільший інтерес представляє нижня границя r_1° , оскільки при цьому спостерігається найнижчий рівень платоспроможності, що обумовлено зниженням окупності інвестиційних вкладень.

Введемо до розгляду випадкову величину T – норми доходності, можливі значення якої позначимо τ

Для отримання диференціальної функції розподілу норми доходності використано відому по результатах діяльності попередніх років ранжована вибірка величини ставки доходності інвестиційного доходу (%):

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, \text{ де } n - \text{обсяг вибірки.} \quad (8)$$

Вибірка вважається ранжованою, якщо $X_1 \leq X_2 \leq X_3 \leq \dots \leq X_n$

По результатах вибірки визначено центри інтервалів статистичного ряду, частоти та відносні частоти та побудовано інтервальний ряд відносних частот, які розраховано за формулою:

$$W_i = \frac{m_i}{n}, \quad (9)$$

Де m_i – кількість значень X_i , які потрапляють в інтервал з номером i . Результати занесемо в таблицю (табл. 1):

Нехай Δ_i – довжина інтервалу. Тоді на i -му інтервалі як на основі будуємо прямокутник, площа якого дорівнює W_i , а висота цього прямокутника буде дорівнювати $h_i = \frac{W_i}{\Delta_i}$.

У результаті отримаємо ступенчасту фігуру – гістограму розподілу, аналог емпіричної густини ймовірностей [11, с. 54].

Надалі для конкретної вибірки обирається гіпотетична функція розподілу $F(r)$ і для перевірки гіпотези про існування нормального розподілу використано критерій Пірсона [11, с. 158-159]:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m_i - Np_i)^2}{Np_i}. \quad (10)$$

Тоді рівняння платоспроможності із врахуванням диференціальної функції норми доходності в загальному випадку має вигляд:

Відносні частоти

Інтервали	$[X_1; X_2)$	$(X_2; X_3)$	$(X_3; X_4)$...	$(X_{n-1}, X_n]$
W_i	W_1	W_2	W_3	...	W_n

$$\psi_{k+1}(x, r) = e^{-\mu[x(1+r(t))+c]} + \int_0^{x(1+r(t))+c} \psi_k(x(1+r(t))+c-y) \mu \cdot e^{-\mu y} dy, \quad (11)$$

Розв'язання цього рівняння дозволить визначити чисельні характеристики величини ймовірностей неплатоспроможності страхової організації математичне очікування $M(\psi)$ та середньоквадратичне відхилення $\sigma(\psi)$, та оцінити інтервал $[M(\psi) - \sigma(\psi); M(\psi) + \sigma(\psi)]$, що дозволить отримувати більш точну оцінку ризику неплатоспроможності страховиків та вчасно попереджувати несприятливі події.

Висновки із дослідження і дальші перспективи. Із застосуванням стохастичного підходу отримано інтегральне рівняння ймовірності неплатоспроможності страхових організацій, яке враховує параметри розподілу ставки інвестиційного доходу та дозволяє оцінити інтервал зміни ймовірності неплатоспроможності, що може бути використано для оцінювання та прогнозування ризику неплатоспроможності страхових організацій.

Подальшим напрямком досліджень є визначення основних чисельних характеристик диференціальної функції ймовірності неплатоспроможності страхових компаній із врахуванням норми доходності.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Ненно І., Зубаль А. Економічна сутність фінансової стійкості страхових компаній. Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. 2012. № 4 (9). С. 260–263.
2. Олійник І.М. Платоспроможність страхової компанії: сутність та значення. Вісник Хмельницького національного університету. Серія «Економічні науки». – 2008. Т. 3, № 4. С. 18–21.
3. Олійник В.М. Дослідження процесів невиконання зобов'язань страхових компаній на основі підходів нечіткої логіки. Вісник Української академії банківської справи. 2015. № 1(38). С. 132–138.
4. Пластун В.Л., Домбровський В.С. Формування оптимальної структури портфеля страхових послуг. Актуальні проблеми економіки. 2012. № 1 (127). С. 335–341.
5. Шуригіна Н.Ю. Оптимізація інвестиційної діяльності страхової компанії в умовах фінансової кризи. URL: <http://www.kbuara.kharkov.ua/e-book/db/2011-1/doc/2/05.pdf>. (дата звернення: 06.04.2018).
6. Melnikov A. Risk analysis in finance and insurance. URL: <https://www.crcpress.com/Risk-Analysis-in-Finance-and-Insurance-Second-Edition/Melnikov/p/book/9781420070521>. (дата звернення: 11.04.2018).
7. Бойков А.В. Модель Крамера-Лундберга со стохастическими премиями. Теория вероятностей и ее применение. 2002. Т. 47, № 3. С. 549-553.
8. Андросчук О.М., Мішура Ю.С. Оцінка ймовірності банкрутства страхової компанії, яка функціонує на BS ринку. Український математичний журнал. 2007. т. 59. № 11. С. 1443-1453.
9. Жумік О.В., Стадник Ю.А. Застосування методів актуарної математики для визначення ймовірності банкрутства страхової компанії. Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія Економічні науки. 2014. вип. 8. С. 149-152.
10. Діба В.А. Використання стохастичного моделювання для забезпечення стабільного розвитку страхових компаній заощадливого типу на ринку України URL: <http://ev.fmm.kpi.ua/article/download/108710/103658> (дата звернення: 04.04.2018).
11. Герасимович А. И. Математическая статистика. – Минск, 1983. 279 с.

REFERENCES:

1. Nenno I., Zubal A. (2012) Ekonomichna sutnist finansovoi stijkosti strakhovykh kompanij [Economic essence of financial stability of insurance companies]. / Scientific bulletin of Donbass state machinebuilding academy no. 4, pp. 260–263.
2. Olyinyk I. (2008) Platospromozhnist strakhovoi kompanii: sutnist ta znachennya [Payability of insurance company: essence and significance]. Scientific bulletin of Khmelnytskyi national university. Economical sciences, vol. 3, no 4, pp. 18–21.

3. Olyinyk V.M. (2015) Doslidzhennya protsesiv nevykonannya zobov'язan strakhovykh kompanij na osnovi pydkhodiv nechitkoji logiky [Investigation of non-payment of insurance companies using methods of fuzzy logics]. Scientific bulletin of Ukrainian banking academy, no № 1(38), pp. 132–138.
4. Plastun V.L., Dombrovskiy V.S. (2012) Formuvannya optymalnoji stryktury portfelya strakhovykh poslug [Formation of optimal structure of insurance servuces portfolio]. Actual problems of economy, no. (127), pp. 335–341.
5. Shurigina N.Yu. Optimizatsiya investytsijnoji diyalnosti strakhovoi kompanii v umovakh finansovoji kryzu [Optimization of insurance companies activity in condieions of financial crisis]. URL:<http://www.kbuapa.kharkov.ua/e-book/db/2011-1/doc/2/05.pdf>. ((accessed: 06 April 2018).
6. Melnikov A. Risk analysis in finance and insurance. URL: <https://www.crcpress.com/Risk-Analysis-in-Finance-and-Insurance-Second-Edition/Melnikov/p/book/9781420070521>. (accessed: 11 April 2018).
7. Boykov A.V. (2002) Model Cramera-Lundberga so stokhasticheskimi premiyami [Model of Cramer-Lundberg with stochastic premiums]. Theory of probability and its applications, vol. 47, no. 3, pp. 549–553.
8. Androshchuk M.O., Mishura G.S. (2007) Ocinka imovirnosti bankrutstva strakhovoi kompanii, yaka funkcionuye na BS-rynku [Estimation of bankruptcy probability of insurance company at BS-market]. Ukrainian mathematical journal, vol. 59, no. 11, pp. 1443-1453.
9. Zhumik, O.V., Stadnik, Yu.A. (2014) Zastosuvannya metodiv aktuarnoji matematuku dlya otsinky imovirnosti bankrutstva strakhovoi kompanii [The application of actuarial mathematics methods for determination of the probability of an insurance company bankruptcy]. Scientific bulletin of Kherson state university Economical sciences, issue 8, part 5, pp. 149-152.
10. Dyba V.A. (2018) Vykorystannya stochastychnogo modelyvannya dlya zabezpechennya stabilnogo rozvytky strakhovykh kompanij zaoshchadlyvogo typu na rynky Ukrainy [Using the stochastic modelling for ensuring stable development of the insurance companies of saving type in the Ukrainian market]. URL: <http://ev.fmm.kpi.ua/article/download/108710/103658> (Accessed 04 April 2018).
11. Gerasimovich, A.I. (1983), Matematicheskaya statistika [Mathematical statistics], Minsk: Vysshaya shkola, (in Russian)