

УДК 330.34:004

Взаємодія користувачів соціальних мереж: мультіагентна модель з екзогенними параметрами конкуренції

Кононова К.Ю.

кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри економічної кібернетики та прикладної економіки
Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна

З розвитком інформаційних технологій Інтернет формує нове віртуальне середовище взаємодії людей. Самоорганізація користувачів Інтернету та венчурні бізнеси, побудовані на цьому ефекті (наприклад, соціальні мережі), – найяскравіший феномен інформаційної економіки. Найважливішим фактором монетизації соціальних мереж є загальна кількість їх учасників. Для оцінки і прогнозування чисельності користувачів соціальних мереж широко використовуються моделі нелінійної динаміки. У роботі запропоновано мультіагентну модель взаємодії користувачів соціальних мереж, розроблену на основі модифікації моделі Маурера–Хубермана. Серія експериментів з моделлю розбита на 3 блоки відповідно до трьох типів аналізованих ринків: конкурентного, кооперативного та змішаного. Аналіз результатів експериментування дозволив розширити спектр ситуацій, що можуть скластися в інтернет-просторі залежно від типу ринку, його характеристик, а також стратегій основних гравців.

Ключові слова: соціальні мережі, кількість користувачів, моделі нелінійної динаміки, мультіагентне моделювання.

Кононова Е.Ю. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ: МУЛЬТИАГЕНТНАЯ МОДЕЛЬ С ЭКЗОГЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ КОНКУРЕНЦИИ

С развитием информационных технологий Интернет формирует новую виртуальную среду взаимодействия людей. Самоорганизация пользователей Интернета и венчурные бизнесы, построенные на этом эффекте (например, социальные сети), – ярчайший феномен информационной экономики. Важнейшим фактором монетизации социальных сетей является общее количество их участников. Для оценки и прогнозирования численности пользователей социальных сетей широко используются модели нелинейной динамики. В работе предложена мультіагентная модель взаимодействия пользователей социальных сетей, разработанная на основе модификации модели Маурера–Хубермана. Серия экспериментов с моделью разбита на 3 блока в соответствии с тремя типами анализируемых рынков: конкурентного, кооперативного и смешанного. Анализ результатов экспериментирования позволил расширить спектр ситуаций, которые могут сложиться в интернет-пространстве в зависимости от типа рынка, его характеристик, а также стратегий основных игроков.

Ключевые слова: социальные сети, количество пользователей, модели нелинейной динамики, мультіагентные моделирования.

Kononova K.Yu. INTERACTION BETWEEN USERS OF SOCIAL NETWORKS: MULTI-AGENT MODEL WITH EXOGENOUS PARAMETERS OF COMPETITION

With the development of information technologies, Internet creates new virtual environment. Self-organization of Internet users and venture businesses, built on this effect (e.g. social networks) are the brightest phenomenon of the Information Economy. The most important monetization factor of social network is the total number of its participants. Nonlinear dynamics model are widely used to evaluate and predict the number of social network's users. We propose a multi-agent model of users' interaction, which is developed based on Maurer-Huberman model. A series of experiments with the model can be divided into 3 blocks according to three market types: competitive, cooperative and mixed. Analysis of the results of experimentation has allowed expanding the range of situations depending on the market types, their characteristics and strategies of the major players.

Keywords: social networks, number of users, model of nonlinear dynamics, multi-agent simulation.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Стрімкий розвиток інформаційних технологій наприкінці ХХ ст. істотно посилив позиції віртуального простору в обслуговуванні взаємодії людей. Сьогодні Інтернет став невід'ємною частиною культурного,

економічного, соціального та політичного життя суспільства. Він являє собою складну інформаційну структуру, що складається з тисяч корпоративних, наукових, урядових та домашніх комп'ютерних мереж. Масштаб і різноманітність учасників дозволяє говорити про

Аналіз впливу екзогенних факторів на успіх тієї чи іншої моделі монетизації

Модель монетизації	Фактори			Результат
	Кількість користувачів	Готовність платити	Довіра	
Реклама	дуже сильний	слабкий	слабкий	подовження хвоста
Сервіси	помірний	дуже сильний	помірний	потовщення хвоста
Угоди	сильний	помірний	дуже сильний	зрушення точки відсікання

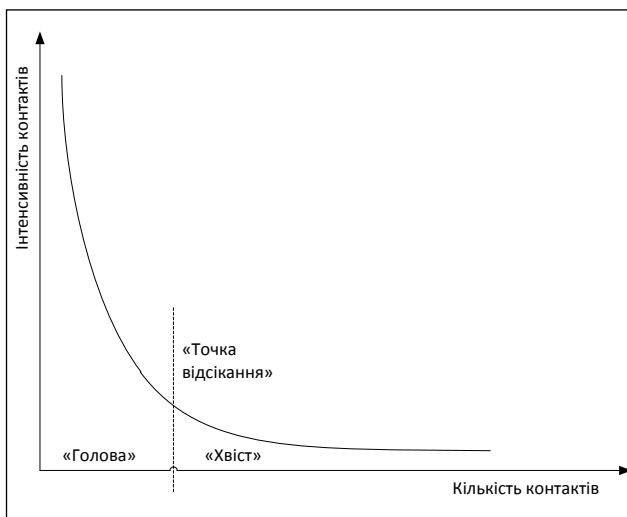


Рис. 1. Крива Андерсона розподілу числа соціальних зв'язків за інтенсивністю їх використання

Інтернет не тільки як про засіб відкритого зберігання і розповсюдження інформації, а й про нове, віртуальне середовище обслуговування взаємодії людей.

Самоорганізація користувачів Інтернету та венчурні бізнеси, побудовані на цьому ефекті, є одним із найяскравіших феноменів інформаційної економіки. Інтерес бізнесу до різних інтернет-проектів, інвестування в які поряд із високими ризиками обіцяє й значні прибутки, стрімко зростає. Публікації останніх років, у яких розглядаються різні аспекти розвитку інтернет-простору (розвиток сервісів, самоорганізація користувачів, типи конкурентної динаміки веб-проектів та ін.), свідчать про високий науковий інтерес до цієї проблематики.

Серед комунікаційних сервісів Інтернету найбільш швидкими темпами розвиваються соціальні мережі¹. Д. Губанов та ін. [22] визначають соціальну мережу як структуру, що скла-

дається з множини агентів і визначеної на неї множини відносин. В інтернет-просторі під цим терміном розуміється інтерактивний багато-користувацький веб-сайт, заснований на концепції Веб 2.0, який служить для створення та підтримки особистих і професійних зв'язків між людьми [23].

Перша соціальна мережа ("Classmates.com") була створена у 1995 р. для підтримки контактів із колишніми однокласниками та друзями. У даний час в Інтернеті діють більше тисячі соціальних мереж, з них близько 100 можна назвати великими, а "Facebook" і "Twitter" – одними з найбільш популярних. Вони об'єднують в основному англомовних користувачів, проте активно розвивають і локалізовані версії в багатьох країнах. Високу популярність мають також і регіональні мережі: "Wer-kennt-wen", "Studivz" в Німеччині; "QQ", "Xiaonei" в Китаї; «ВКонтакте» і «Однокласники» в Україні та Росії. На регіональних ринках спостерігається тенденція посилення конкуренції локалізованих версій світових лідерів і регіональних соціальних мереж.

З точки зору бізнесу соціальні мережі являють собою венчурні високоризиковані проекти з нечіткими термінами повернення інвестицій. Соціальним мережам притаманні всі ризики інтернет-бізнесів: висока конкуренція, можливість швидкого копіювання успішних технологій, залежність від команди розробників [21].

Основні проблеми створення подібних проектів пов'язані із завищеною оцінкою входу на ринок, необхідністю істотного фінансування проекту, а також відсутністю у більшості розробників чіткої бізнес-моделі його монетизації. Фактично, основним джерелом споживчої вартості онлайн-мереж є обсяг соціальних зв'язків, які вони здатні забезпечити. У зв'язку з цим феноменом К. Андерсон сформулював концепцію «довгого хвоста» [2], яка може бути застосована до аналізу розподілу соціальних контактів індивідуума. Форма кривої, представленої на рисунку 1, показує, що окрема людина має тісні контакти з невеликою кіль-

¹ Термін «соціальна мережа» (англ. "social network") був введений у 1954 р. соціологом Д. Барнсом у роботі «Класи і збори в норвезькому острівному приході».

кістю людей, зв'язок з якими можна підтримувати, не вдаючись до послуг онлайнової соціальної мережі («голова» кривої). Потім, після «точки відсікання», слідує більшість контактів, з якими індивід має нечасті зв'язки, зазвичай важкодоступні оффлайн («хвіст» кривої).

А. Ендерс [6], розглядаючи три основні моделі монетизації соціальних мереж (дохід від реклами, платні сервіси, укладання угод через мережу), виділила основні фактори, що впливають на успіх тієї чи іншої моделі, і описала результати впливу схеми монетизації на параметри кривої Андерсона (табл. 1).

Як показав аналіз таблиці 1, найважливішим ціноутворюючим фактором у всіх наведених схемах монетизації соціальних мереж є загальна кількість їх учасників.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Одним із перших оцінювати цінність соціальних мереж на основі цього чинника запропонував Д. Сарнов. Закон Сарнова (Sarnoff's Law) говорить, що цінність мережі зростає прямо пропорційно кількості учасників – n . Р. Меткалф (Metcalf's Law) [3] уточнив цю оцінку і визначив, що цінність соціальної мережі асимптотично росте як n^2 . Д. Рід (Reed's Law) [13], допускаючи правильність попередніх двох законів, додав у вираз для цінності мережі складову, пов'язану з об'єднанням багатьох користувачів у групи – 2^{n-n-1} . Масове руйнування доткомів наприкінці 90-х рр. змусило дослідників обережніше поставитися до питання про цінність соціальних мереж. У роботі Б. Бріско [4] наводиться критика законів Меткалфа і Ріда та пропонується оцінювати зростання цінності мережі як $n \ln(n)$ – закон Ципфа (Zipf's Law).

Ці закони є окремими випадками ступеневого закону, загальний вигляд якого можна записати таким чином:

$$f(x) = ax^k + o(x^k), \quad (1)$$

де a, k – константи, $o(x^k)$ – асимптотично мала функція від x^k .

Наприклад, у роботі Л. Адамик наводиться оцінка параметрів ступеневого закону для оцінки чисельності відвідувань сайтів (рис. 2) [1].

Ще одним інструментом, який широко використовується для оцінки і прогнозування чисельності користувачів соціальних мереж, є моделі нелінійної динаміки. С. Маурер і Б. Хуберман [10] одними з перших запропонували використовувати модифіковану модель

Лотки–Вольтерри для дослідження динаміки кількості користувачів веб-проектів. Автори показали, що чисельність користувачів змінюється не тільки виходячи з власних параметрів мережі, а й під впливом інших сайтів, які пропонують аналогічні сервіси (що досить важливо, враховуючи високу конкуренцію серед стартапів). Модель у їх інтерпретації являє собою таку систему диференціальних рівнянь:

$$dx_i/dt = a_i x_i (b_i - x_i) - \sum_{j=1, j \neq i}^{n-1} c_{ij} x_i x_j, \quad (2)$$

де x_i – частка загального числа унікальних користувачів² i -ї ($i = \overline{1, n}$) соціальної мережі, $a_i (a_i \geq 0)$ – темп росту i -ї мережі, $b_i (0 \leq b_i \leq 1)$ – потужність мережі³, $c_{ij} (c_{ij} \geq 0)$ – рівень конкуренції між мережами⁴.

Аналіз публікацій таких дослідників, як Л. Адамик [1], К. Занг [20], М. Земан [5, 19], Ю. Ванг [15], А. Віхіратне [16], М. Ксяо [17], Л. Лопез [9], А. Сікдер [12], С. Соломон [14], Р. Франка [7], М. Хірсех [8], Л. Янчу [18] показав, що модель Лотки–Вольтерри відкриває широкі перспективи для розв'язання задачі оцінки чисельності користувачів соціальних мереж, дозволяючи враховувати різні аспекти, що впливають на результат конкуренції інтернет-спільнот за користувачів.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Мета дослідження – реалізувати схему взаємодії користувачів соціальних мереж у вигляді мультиагентної моделі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Проаналізуємо модифікацію моделі Маурера–Хубермана, запропоновану Л. Лопезом та М. Саньяном [9], які розглядали модель конкуренції трьох веб-сайтів у такій постановці:

$$\begin{cases} dx_1/dt = a_1 b_1 x_1 - a_1 x_1^2 - c_{12} x_1 x_2 - c_{13} x_1 x_3 \\ dx_2/dt = a_2 b_2 x_2 - a_2 x_2^2 - c_{21} x_1 x_2 - c_{23} x_2 x_3 \\ dx_3/dt = a_3 b_3 x_3 - a_3 x_3^2 - c_{31} x_1 x_3 - c_{32} x_2 x_3 \end{cases}, \quad (3)$$

де $a_i \geq 0, b_i = 1, c_{ij} \geq 0, i = \overline{1..3}$.

У запропонованому нами трактуванні параметрів моделі умова $c_{ij} > a_i$ означає, що i -й сайт сильно конкурує з j -м, $c_{ij} \leq a_i$ – j -й сайт співпрацює з i -м. Модель не передбачає будь-якого реального співробітництва між сайтами, а лише відображає той факт, що при низькому рівні конкуренції їх вплив один на одного невеликий. Кілька сайтів формують альянс, якщо

² При визначенні унікального користувача фіксується факт перегляду ним вмісту сайту (один раз), незалежно від того, скільки разів користувач відвідував сайт. Для цього використовуються IP адреси, cookies, дані реєстрації.

³ Потужність мережі відповідає потужності сервера, тобто кількості одночасних з'єднань, які може підтримувати мережа.

⁴ $c_{ij} x_i x_j$ – темп, з яким користувачі припиняють відвідувати i -й сайт.

між ними виконуються умови співпраці, а з рештою – умови сильної конкуренції.

На основі гіпотез Л. Лопеза і М. Саньяна в середовищі NetLogo була побудована мульти-агентна модель (рис. 3).

Серія експериментів з моделлю була розбита на 3 блоки відповідно до трьох типів аналізованих ринків (конкурентний, кооперативний і змішаний). Згідно з припущеннями, для кожного блоку була проведена параметризація моделі (табл. 2).

Розглянемо результати експериментування для кожного типу ринків.

Блок 1. Конкурентний ринок. В експерименті 1 передбачалося, що всі мережі мають однакові конкурентні переваги, проте спочатку охоплюють різні обсяги ринку. Експеримент показав, що в умовах сильної конкуренції на ринку спостерігається монополізація (рис. 4а). Цей результат узгоджується з висновками Л. Адамик і Б. Хубермана, які на основі аналізу статистики відвідування різних веб-ресурсів визначили, що невеликій кількості веб-сайтів належить непропорційно велика частка трафіка і гіперпосилань [1]. Також тут важливо зазначити, що мережа, яка не має яскраво

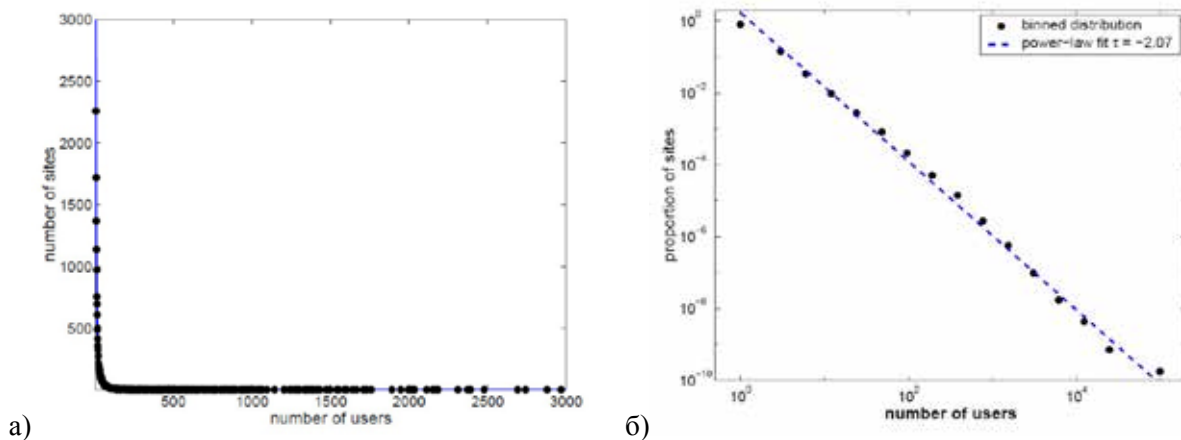


Рис. 2. Розподіл користувачів по сайтах в Інтернеті (а – в абсолютних значеннях, б – у логарифмічній шкалі) [1]

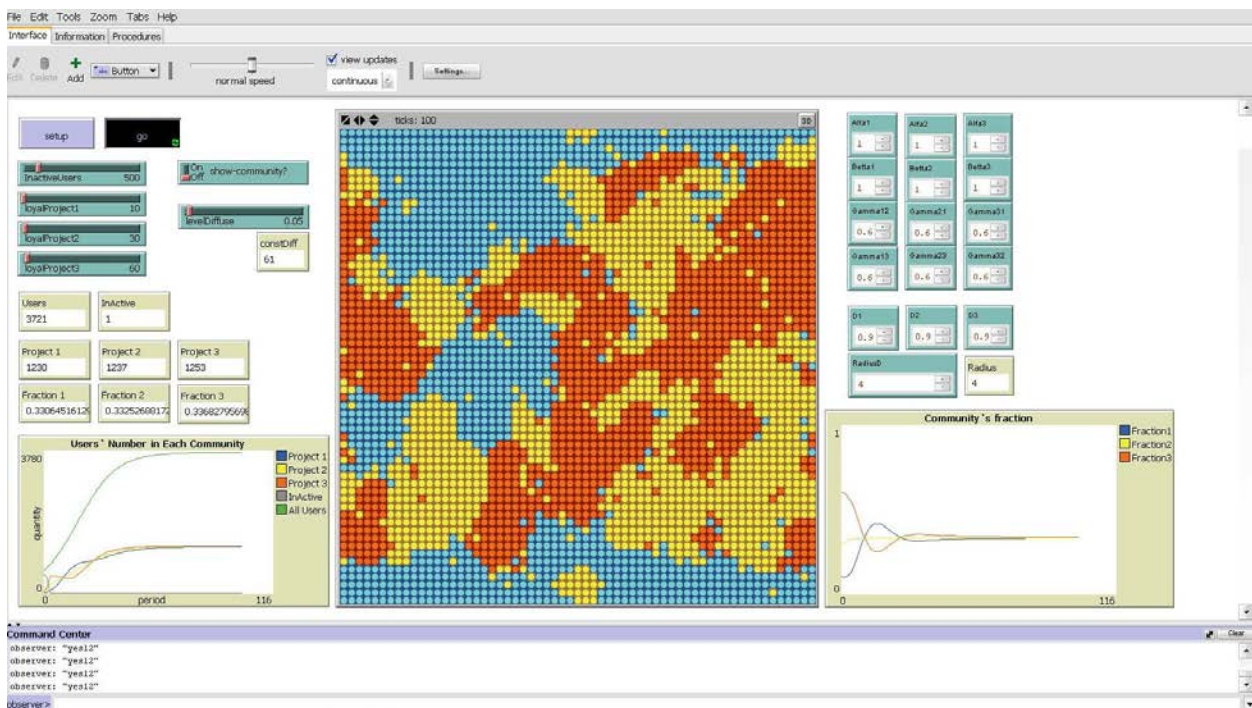


Рис. 3. Мультиагентна модель взаємодії користувачів соціальних мереж

виражених конкурентних переваг, не зможе вийти на подібний ринок.

В експерименті 2 конкурентні переваги третьої мережі були знижені при збереженні можливостей зростання першої та другої. Тоді незважаючи на те, що спочатку третя мережа мала максимальне число учасників, відносно низька якість послуг призвела до втрати лідируючого положення і надалі – до витіснення з ринку (рис. 4б). Це підтверджує припущення про те, що на висококонкурентних ринках якість послуг відіграє вирішальну роль.

У третьому експерименті, коли перша мережа має менший потенціал, а друга і третя знаходяться в умовах «жорсткої» конкуренції одна з однією, спостерігається стабілізація ринку, що дозволяє співіснувати всім трьом проектам (рис. 4в). Цей висновок узгоджується з результатами досліджень А. Огюса, який на основі експериментування з агентно-орієнтованою моделлю конкуренції веб-сайтів зробив висновок, що найчастіше мережеві ефекти призводять до монополізації ринку, проте в ситуації сильної конкуренції між лідерами ринку дрібні проекти, орієнтовані на спеціалізовану цільову аудиторію, можуть цілком успішно розвиватися [11].

Аналіз результатів експериментів 1–3 пока-

зав, що на конкурентних ринках надмірна конкуренція сильних і якісних проектів може блокувати можливості для їх росту, стабілізувавши ринок на рівні нижче насичення і дозволяючи виживати більш слабким гравцям.

Блок 2. Кооперативний ринок. В експерименті 4, коли темпи зростання і потужності мереж однакові, відбувається перерозподіл ринку приблизно порівну, навіть незважаючи на те, що частки ринку, які були зайняті ними в початковий момент часу, істотно відрізнялися. Зауважимо, що такий стан для інтернет-проектів вигідний лише відносно, оскільки таке співіснування не дозволяє їм залучати максимально можливе число користувачів і розвиватися максимальними темпами.

Далі розглянемо ситуацію, яка часто спостерігається на усталеному інтернет-ринку, де співіснують кілька проектів. Результати експерименту 5 показали, що якщо скупчення учасників одного проекту в якійсь області велике, то з більшою ймовірністю учасники меншорієнтованих проектів, які знаходяться всередині цієї області, покинуть свій проект і зареєструються в тому, який переважає. Для дослідження цих процесів у нашій моделі використовується параметр дифузії (γ). Аналіз показав, що чим більше значення цього параметра, тим більша

Таблиця 2

Набори параметрів у експериментах

Тип ринку	Конкурентний ринок			Кооперативний ринок		Змішаний ринок					
	№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.9	1
α_2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.9	1
α_3	1	0.8	1	1	1	1	1	1	1	1	1
β_1	1	1	0.8	1	1	1	1	1	1	1	1
β_2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
β_3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
γ_{12}	2	2	1.2	0.6	0.6	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.8
γ_{21}	2	2	1.2	0.6	0.6	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.8
γ_{13}	2	2	1.2	0.6	0.6	2	2	2	2	2	2
γ_{31}	2	2	1.2	0.6	0.6	2	2	2	2	2	2
γ_{23}	2	2	2	0.6	0.6	2	2	2	2	2	2
γ_{32}	2	2	2	0.6	0.6	2	2	2	2	2	2
$x_1(0)$	0.07	0.07	0.23	0.10	0.10	0.13	0.35	0.15	0.13	0.13	0.13
$x_2(0)$	0.37	0.37	0.385	0.30	0.30	0.35	0.50	0.25	0.35	0.35	0.35
$x_3(0)$	0.56	0.56	0.385	0.60	0.60	0.52	0.15	0.60	0.52	0.52	0.52
D_i	0.6	0.6	0.7	0.6	0.9/1.1	0.6/0.9	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
$Num_{неімп}$	1 000	1 000	1 000	500	500	500	500	500	500	500	500

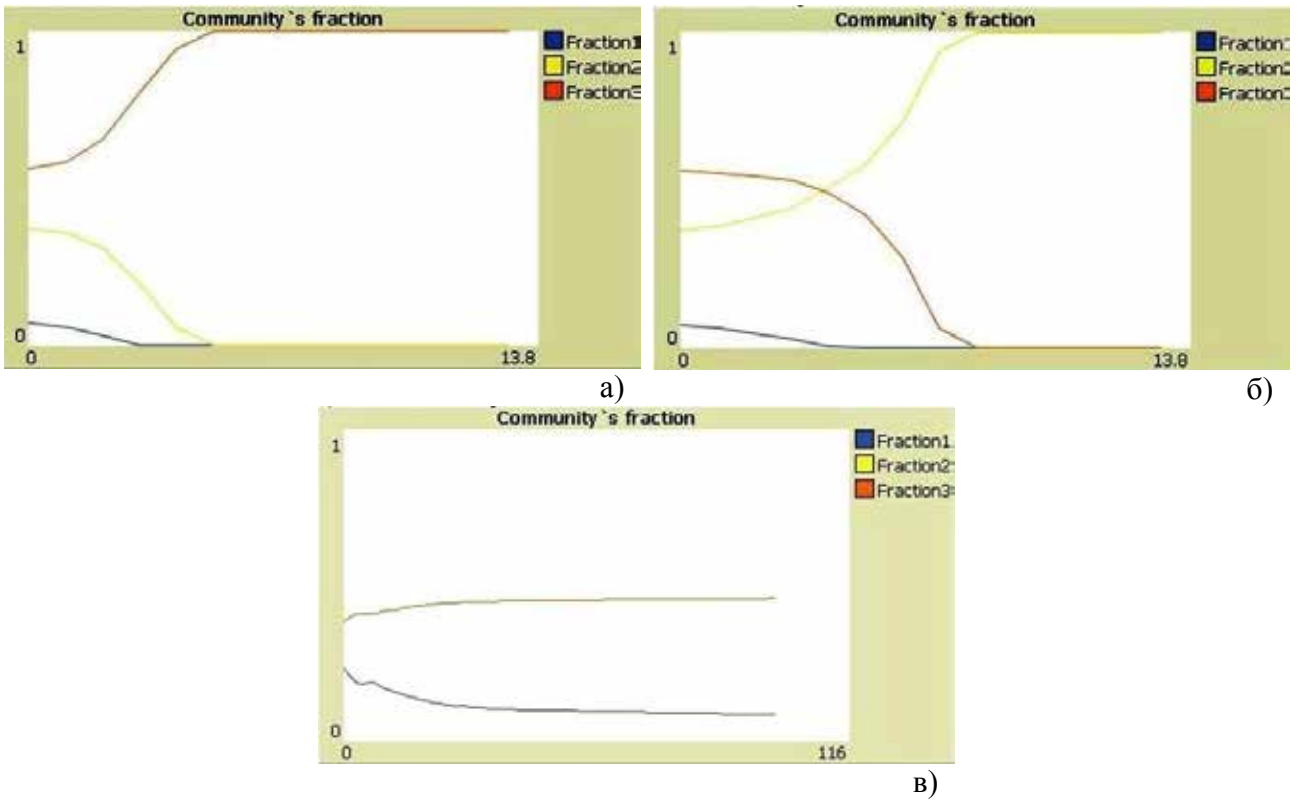


Рис. 4. Динаміка користувачів соціальних мереж на конкурентному ринку:
 а) – рівний потенціал, нерівні вихідні частки; б) – слабкий потенціал лідера; в) – сильна конкуренція між лідерами

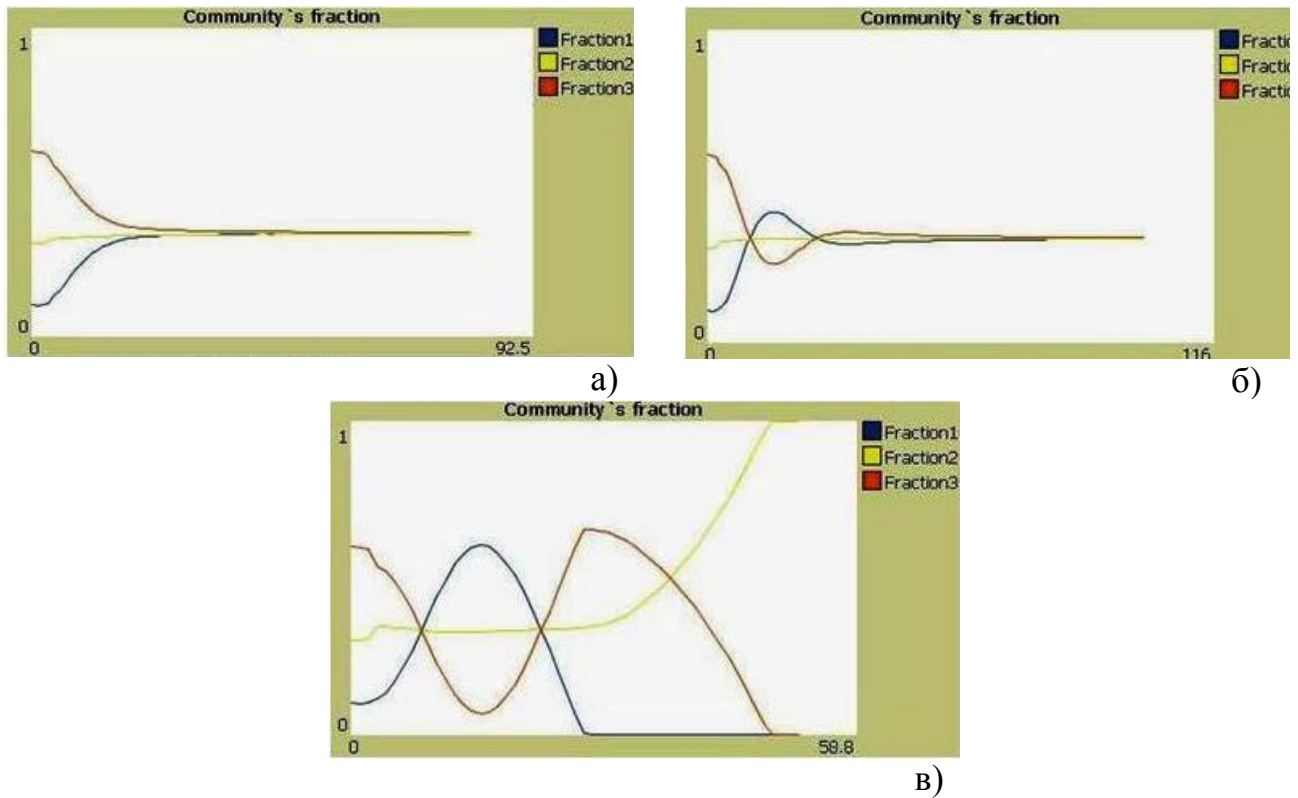


Рис. 5. Вплив параметра дифузії на динаміку агентів: а) – $\sigma = 0.6$; б) – $\sigma = 0.9$; в) – $\sigma = 1.1$

амплітуда коливань спостерігається і, починаючи з певного рівня, рівновага на такому ринку встановитися не може (рис. 5).

І, нарешті, розглянемо змішаний ринок, на якому одні мережі можуть співпрацювати, сильно конкуруючи з іншими. Спочатку дослідимо динаміку альянсу двох проектів, які змагаються з третім гравцем на ринку. Експеримент 6 показав, що після старту моделі

альянс досить швидко витісняє з ринку третього гравця, після чого поступово весь ринок ділиться між лідерами. Після досягнення максимальної місткості ринок стабілізується, і спостерігаються процеси міграції учасників між спільнотами. Постійна дифузія без зміни кількості проектів поступово модифікує скупчення учасників спільноти в однорідні великі області (рис. 6).

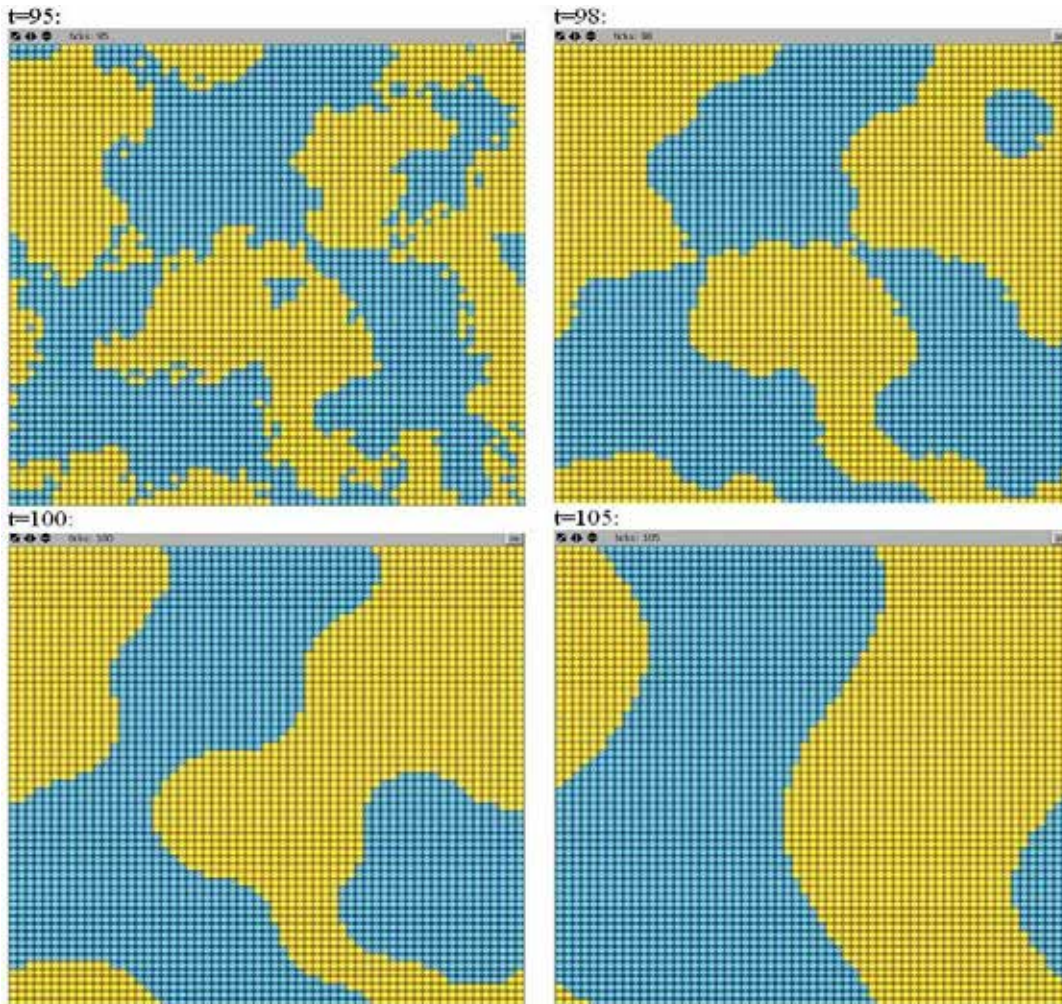


Рис. 6. Динаміка користувачів на змішаному ринку

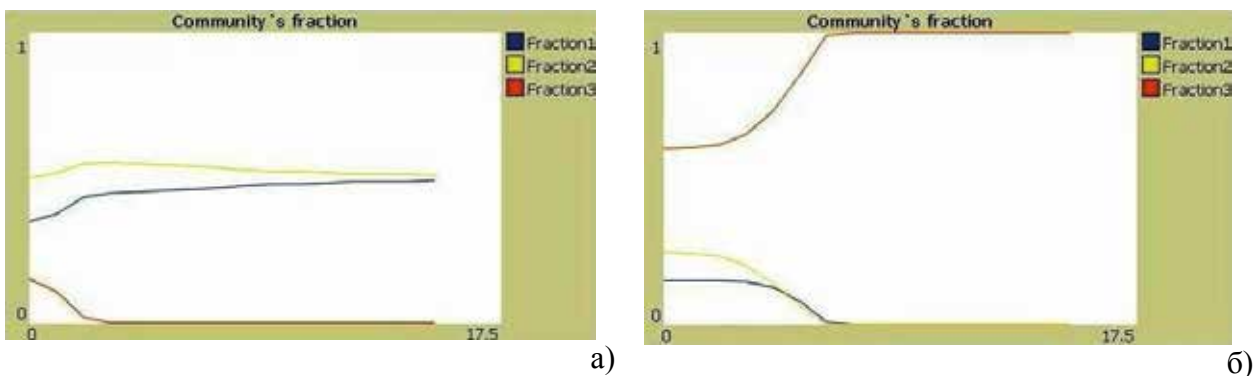


Рис. 7. Динаміка розвитку проектів на змішаному ринку залежно від початкових умов: а) – високий рівень співпраці альянсу, б) – низький рівень співпраці альянсу

Аналіз результатів експериментів показав, що динаміка агентів істотно залежить від початкового розподілу часток. Так, у випадку, коли вихідна частка альянсу задавалася на рівні 85% (експеримент 7), третя мережа моментально була витіснена з ринку, коли ж альянс стартував з рівня менше половини ринку (експеримент 8), третій мережі вдалося зберегти лідерство. Крім того, за результатами експерименту 9 можна сказати, що об'єднання «малих» проектів з метою співпраці на змішаному ринку буде результативним тільки в тому випадку, якщо вони здатні надавати висококонкурентний контент.

Аналіз ступеня співпраці між партнерами (експеримент 10) також впливає на розвиток ринку. В умовах низького рівня співпраці всередині альянсу, конкуруючий проект продовжує інтенсивно нарощувати базу учасників, витісняючи конкурентів (рис. 7).

Таким чином, для невеликих проектів, які надають споживачам послуги за якістю не нижче, ніж інші, є сенс сформувати альянс з іншими гравцями ринку. Але в такому випадку учасникам союзу слід не знижувати, а, навпаки, постійно вдосконалювати свої конкурентні переваги, а також максимально співпрацювати у всіх областях, здатних принести обоюсторонню вигоду. Тоді навіть з малою базою користувачів сформований союз може стати лідируючим без особливо високих фінансових і матеріальних витрат, які були б необхідні кожному проекту окремо для досягнення подібного результату.

Висновки з цього дослідження. На основі аналізу проведених експериментів можна зробити такі висновки:

1. В умовах сильної конкуренції спостерігається природна монополізація ринку, що підтверджує висновки, отримані в роботах С. Маурера і Б. Хубермана [10]. При цьому на висококонкурентних ринках якість послуг, які надаються, відіграє вирішальну роль.

2. У ситуації сильної конкуренції між лідерами ринку (яка може блокувати можливості

для їх росту), дрібні проекти, орієнтовані на спеціалізовану цільову аудиторію, мають шанси на розвиток, що підтверджує результати досліджень А. Огюса [11].

3. Якщо скупчення учасників одного проекту в певному сегменті ринку велике, то з більшою ймовірністю учасники міноритарних проектів, що знаходяться всередині цієї області, залишать свій проект і зареєструються в тому, який переважає.

4. На кооперативному ринку успішність мережі буде залежати, насамперед, від якості наданого контенту та її технічних можливостей. На такий ринок можуть виходити навіть малі, але якісні проекти, з перспективою завоювати «свою» аудиторію.

5. Об'єднання «малих» проектів з метою співпраці на змішаному ринку буде результативним тільки в тому випадку, якщо вони здатні надавати висококонкурентний контент.

Таким чином, аналіз результатів експериментів для всіх типів ринків дозволив розширити спектр ситуацій, досліджених у роботах Л. Лопеза і М. Саньяна [9], які можуть скластися в інтернет-просторі залежно від типу ринку, його характеристик, а також стратегій основних його гравців. Зумівши чітко визначити поточну кон'юнктуру ринку, інвестори і керівники інтернет-проекту можуть отримати можливість виробити правильну стратегію розвитку, яка дозволить із найменшими витратами ресурсів досягти запланованого результату.

Детальний розгляд експериментів показав, що при старті та подальшому розвитку проекту слід враховувати специфіку ринку та потенційних споживачів, а також реально оцінювати свої можливості та потенціал конкурентів. При управлінні існуючим проектом необхідно чітко усвідомлювати високу ступінь взаємодії користувачів Інтернету, від яких безпосередньо залежить доля спільноти. Саме кількість зареєстрованих активних користувачів, а також їх задоволеність якістю послуг, які надаються, безпосередньо впливає на ступінь розширення проекту та його конкурентоспроможність на ринку.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Adamic L., Huberman B. The nature of markets on the World Wide Web / L. Adamic, B. Huberman. – Q. J. Electron. Commerce. – 2000. – P. 5–12.
2. Anderson C. The Long Tail: Why the Future of Business is Selling Less of More / C. Anderson. – Hachette Books; Revised edition. – 2008. – 267 p.
3. Baumol W.J. Business Behavior / W.J. Baumol. – N.Y., Williamson, 1959.
4. Briscoe B. Metcalfe's Law is Wrong / B. Briscoe – 2005. – [Electronic resource]. – Way of access : <http://iee.org/computing/networks/metcalfes-law-is-wrong/1>.

5. Driessche P., Zeeman M.L. Three-dimensional competitive Lotka–Volterra systems with no periodic orbits / P. Driessche, M.L. Zeeman. – *SIAM J. Appl. Math.* 58(1). – 1998. – P. 227–234.
6. Enders A. Europe's creative hubs. Bertelsmann and Enders Analysis / A. Enders. – London, 2014. – [Electronic resource]. – Way of access : <http://www.bertelsmann.com/media/news-und-media/downloads/europe-s-creative-hubs-london-2014.pdf>.
7. Frank R.H. The Winner-take-all Society / R.H. Frank // Free Press. – New York, 1995.
8. Hirseh M.W. Systems of differential equations which are competitive or cooperative / M.W. Hirseh. – III. Competing species, *Nonlinearity* 1. – 1988. – P. 51–71.
9. Lopez L., Sanjuan M. Defining strategies to win in the Internet market / L. Lopez, M. Sanjuan // *Physica*, 301. – 2001. – P. 512–534.
10. Maurer S.M. Competitive Dynamics of Web Sites / S.M. Maurer. – [Electronic resource]. – Way of access : <http://arxiv.org/abs/nlin/0003041v1>.
11. Ogus A. The Economics of Internet Companies / A. Ogus – Boston, 1999.
12. Sikder A.A. Lotka–Volterra competition model and its global convergence to a definite axial equilibrium / A.A. Sikder // *Journal of Mathematical Biology* 44(4). – 2002. – P. 297–308.
13. Simeonov S. Metcalfe's Law: more misunderstood than wrong? / S. Simeonov. – 2005. – [Electronic resource]. – Way of access : <http://blog.simeonov.com/2006/07/26/metcalfes-law-more-misunderstood-than-wrong/>
14. Solomon S. Generalized Lotka–Volterra (GLV) models / S. Solomon. – [Electronic resource]. – 2005. – Way of access : <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.26.594&rep=rep1&type=pdf>.
15. Wang Y. Necessary and sufficient conditions for the existence of periodic orbits in a Lotka–Volterra system / Y. Wang // *J. Math. Anal. Appl.* 284. – 2003. – P. 236–249.
16. Wijeratne A.W. Bifurcation analysis in the diffusive Lotka–Volterra system: An application to market economy / A.W. Wijeratne. – 2009. – № 40. – P. 902–911. – [Electronic resource]. Way of access : <http://www.elsevier.com/locate/chaos>
17. Xiao M., Cao J. Stability and Hopf bifurcation in a delayed competitive web sites model / M. Xiao, J. Cao. – [Electronic resource]. – Way of access : <http://www.elsevier.com/locate/pla>
18. Yanhui L. Qualitative analysis of n-dimensional competitive systems. *Nonlinear Analysis / L. Yanhui. – RealWorld Applications* 7. – 2005. – P. 700–719. – [Electronic resource]. – Way of access : <http://www.elsevier.com/locate/na>
19. Zeeman E.C. From local to global behavior in competitive Lotka–Volterra systems / E.C. Zeeman // *Transactions of the American Mathematical Society.* – 2002. – № 355(2). – P. 713–734.
20. Zhang X. The global dynamic behavior of the competitive systems of three species / X. Zhang // *Journal of Mathematical Analysis and Applications.* – 2000. – № 245. – P. 124–141.
21. Басов А.Н. Социальные сети изменили интернет, и они будут во многом определять следующий этап его эволюции. – 2007. – № 216(3792). [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.kommersant.ru/doc.aspx?DocsID=828360>
22. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства / [Д.А. Губанов, Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили]. – М. : Издательство физико-математической литературы, 2010. – 228 с.
23. Спиридонов М.А. Что такое «социальный сервис» и «социальная сеть» / М.А. Спиридонов. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://spiridonov.ru/post/145>.